

Двоичная система счисления

В двоичной системе счисления используются всего две цифры 0 и 1. Другими словами, двойка является основанием двоичной системы счисления. (Аналогично у десятичной системы основание 10.)

Чтобы научиться понимать числа в двоичной системе счисления, сначала рассмотрим, как формируются числа в привычной для нас десятичной системе счисления.

В десятичной системе счисления мы располагаем десятью знаками-цифрами (от 0 до 9). Когда счет достигает 9, то вводится новый разряд (десятки), а единицы обнуляются и счет начинается снова. После 19 разряд десятков увеличивается на 1, а единицы снова обнуляются. И так далее. Когда десятки доходят до 9, то потом появляется третий разряд – сотни.

Двоичная система счисления аналогична десятичной за исключением того, что в формировании числа участвуют всего лишь две знака-цифры: 0 и 1. Как только разряд достигает своего предела (т.е. единицы), появляется новый разряд, а старый обнуляется.

Попробуем считать в двоичной системе:

0 – это ноль

1 – это один (и это предел разряда)

10 – это два

11 – это три (и это снова предел)

100 – это четыре

101 – пять

110 – шесть

111 – семь и т.д.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Не трудно заметить, что в двоичной системе счисления длины чисел с увеличением значения растут быстрыми темпами. Как определить, что значит вот это: 10001001? Непривычный к такой форме записи чисел человеческий мозг обычно не может понять сколько это. Неплохо бы уметь переводить двоичные числа в десятичные.

В десятичной системе счисления любое число можно представить в форме суммы единиц, десятков, сотен и т.д. Например:

$$1476 = 1000 + 400 + 70 + 6$$

Можно пойти еще дальше и разложить так:

$$1476 = 1 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 6 * 10^0$$

Посмотрите на эту запись внимательно. Здесь цифры 1, 4, 7 и 6 – это набор цифр из которых состоит число 1476. Все эти цифры поочередно умножаются на десять возведенную в ту или иную степень. Десять – это основание десятичной системы счисления. Степень, в которую возводится десятка – это разряд цифры за минусом единицы.

Аналогично можно разложить и любое двоичное число. Только основание здесь будет 2:

$$10001001 = 1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$$

Если посчитать сумму составляющих, то в итоге мы получим десятичное число, соответствующее 10001001:

$$1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 137$$

Т.е. число 10001001 по основанию 2 равно числу 137 по основанию 10. Записать это можно так:

$$10001001_2 = 137_{10}$$

Почему двоичная система счисления так распространена?

Дело в том, что двоичная система счисления – это язык вычислительной техники. Каждая цифра должна быть как-то представлена на физическом носителе. Если это десятичная система, то придется создать такое устройство, которое может быть в десяти состояниях. Это сложно. Проще изготовить физический элемент, который может быть лишь в двух состояниях (например, есть ток или нет тока). Это одна из основных причин, почему двоичной системе счисления уделяется столько внимания.

Перевод десятичного числа в двоичное

Может потребоваться перевести десятичное число в двоичное. Один из способов – это деление на два и формирование двоичного числа из остатков. Например, нужно получить из числа 77 его двоичную запись:

$$77 / 2 = 38 \text{ (1 остаток)}$$

$$38 / 2 = 19 \text{ (0 остаток)}$$

$$19 / 2 = 9 \text{ (1 остаток)}$$

$$9 / 2 = 4 \text{ (1 остаток)}$$

$$4 / 2 = 2 \text{ (0 остаток)}$$

$$2 / 2 = 1 \text{ (0 остаток)}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ (1 остаток)}$$

Собираем остатки вместе, начиная с конца: 1001101. Это и есть число 77 в двоичном представлении. Проверим:

$$1001101 = 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 77$$