3. Auflage

Fit fürs Studium

Informatik

Boockmeyer · Fischbeck · Neubert

Inkl. Kapitel **Künstliche Intelligenz**

+++ Grundkonzepte der Informatik verstehen und Wissenslücken schließen. Ideal zum Selbststudium. Mit vielen Beispielen, Knobeleien, Übungen und Lösungen. +++

Alle Codebeispiele zum Download

Rheinwerk Computing

Intro

Haben Sie sich schon einmal gefragt, warum Sie jetzt ein gedrucktes Buch in den Händen halten können? Wie die Website zum Buch und alle anderen Websites auch programmiert und auf Ihrem Computer angezeigt werden können? Oder vielleicht, wieso eine Office-Anwendung oder ein Computerspiel auf Ihrem Computer ausgeführt werden kann? Die Informatik hat inzwischen einen großen Einfluss auf alle Bereiche unseres Lebens genommen.

Versuchen Sie doch einmal, das Gegenteil zu beweisen: Gehen Sie im Kopf Ihre letzte Woche durch, und schätzen Sie, mit wie vielen Dingen Sie in Kontakt gekommen sind, die *keinen* Bezug zu Informatik haben. Haben Sie etwas gefunden? Dann lassen Sie uns über ein paar Vorschläge genauer nachdenken:

Dachten Sie an Ihr Essen oder Lebensmittel? Die Landwirtschaft ist eine der digitalisiertesten Branchen überhaupt, mit Dutzenden computergesteuerten Systemen zur Qualitätssicherung, automatischen Bewässerung, Schädlingsbekämpfung, Ernteplanung und so weiter. Handelt es sich um ein maschinell hergestelltes Produkt oder überhaupt um ein Produkt, das in irgendeiner Form ausgeliefert wird, so steuert vermutlich ein Computer die Produktion, und mit Sicherheit hat bei der Auslieferung ein Algorithmus dem Lieferdienst den schnellsten Weg ans Ziel gezeigt.

Oder haben Sie an ein Musikstück oder einen Film gedacht? Kaum eine Medienproduktion kommt mittlerweile ohne digitale Aufnahme- und Bearbeitungstechnik aus, und selbst ältere Werke wurden längst in Nullen und Einsen überführt, übers Internet verbreitet und für die Ewigkeit archiviert.

Ein Gebäude? Wahrscheinlich hat eine Software dabei geholfen, Planungsfehler in Architektur und Statik zu vermeiden. Wenn das Gebäude etwas neuer ist, werden vielleicht die Heizung und das Licht von einem Computer gesteuert. Wenn es antik ist, wurde es wahrscheinlich schon mit modernster computergestützter Technologie erfasst, um für die Geschichtsforschung neue Erkenntnisse zu gewinnen.

Ein Lebewesen? Informatiker*innen versuchen, von der Natur zu lernen, und entwickeln Algorithmen, die zum Beispiel vom Verhalten von Ameisen inspiriert sind. Auch die medizinische Versorgung wäre heute ohne die automatische Verarbeitung großer Datenmengen undenkbar.

Das nächstgelegene Gewässer? Das Wetter? Höchstwahrscheinlich überwachen zu genau diesem Zeitpunkt Dutzende Sensoren den Wasserstand, den Sauerstoffgehalt, die Fließgeschwindigkeit und weitere Werte der Flüsse und Seen in Ihrer Umgebung. Und einige der leistungsstärksten Computer der Welt berechnen gerade Daten für die Wettervorhersage in den nächsten Nachrichten, die Sie sehen.

Computer und digitale Systeme, so zeigt uns dieses kleine Gedankenspiel, begleiten uns mittlerweile in allen unseren Lebenslagen und sind aus unserer Welt nicht mehr wegzudenken.

Das Buch

Die Informatik ist eine faszinierende Wissenschaft, die unser gesamtes Leben prägt wie kaum ein anderes Fachgebiet. Mit diesem Buch wollen wir Ihnen diese Faszination vermitteln und Sie begeistern und befähigen, ein Studium der Informatik zu beginnen. Sollten Sie daher gerade am Ende Ihrer Schullaufbahn sein und Interesse an einem Informatikstudium haben, ist dieses Buch genau das Richtige für Sie! Das Gleiche gilt, falls die Schulzeit schon etwas länger zurückliegt, und das ganz unabhängig davon, ob Ihnen dort »Informatik« als Fach begegnet ist. Da die einzigen Voraussetzungen zum Lesen einfache Schulmathematik und Spaß am Knobeln und Lösen von logischen Rätseln sind, benötigen Sie keine weiteren Vorkenntnisse, um direkt ins Thema einsteigen zu können. Falls Sie, zum Beispiel aus dem Schulunterricht, einige Informatikkenntnisse mitbringen, hilft Ihnen das Buch dabei, dieses Wissen zu festigen und auszubauen.

Auch ohne Studienpläne sind Sie selbstverständlich herzlich eingeladen, mit diesem Buch einen Einblick in die Informatik zu gewinnen. Unserer Meinung nach gehört ein Grundverständnis digitaler Technologien längst zum wichtigen Allgemeinwissen, und die Denkmuster unserer Wissenschaft sind auch außerhalb der Informatik sehr nützlich. Egal also, ob Sie selbst etwas Informatik lernen möchten oder vielleicht auch als Lehrkraft Ideen für einen ansprechenden Informatikunterricht suchen: Wir sind uns sicher, dass diese Lektüre ein guter Einstieg ist!

Wie liest man dieses Buch?

Mit Ausnahme von ein paar Grundlagen am Anfang ist es nicht notwendig, die Kapitel in der abgedruckten Reihenfolge zu lesen. Ganz im Gegenteil: Sie können frei nach Interesse und Wissensstand Kapitel überspringen oder spätere Kapitel vorziehen.

Wir empfehlen jedoch, auf jeden Fall mit dem ersten Kapitel über Algorithmen zu beginnen, da Sie die dort eingeführten Konzepte und Schreibweisen auch später immer wieder benötigen werden. Wenn Sie dann Gefallen an algorithmischem Denken gefunden haben, können Sie dieses in den Kapiteln 2 bis 9 anwenden, denn dort sprechen wir über verschiedene Standardalgorithmen und Analysetechniken der Informatik – sozusagen über die Werkzeugkiste aller Informatiker*innen. Kapitel 10, »Formale Sprachen«, macht einen Ausflug in die theoretische Informatik.

In Kapitel 11, »Modellierung«, und Kapitel 12, »Datenbanken«, verlagert sich der Fokus auf die Strukturierung von Problemen, Daten, Prozessen und Systemen. In Kapitel 13, »Künstliche Intelligenz«, beleuchten wir, was es mit künstlicher Intelligenz und maschinellem Lernen auf sich hat. Anschließend steigen wir in die technische Umsetzung ein: Die Kapitel 14 bis 16 widmen sich der Technik hinter Computern, Netzwerken und sicherer Datenübertragung. Ab Kapitel 17, »Softwareentwicklung«, wird es richtig praktisch, denn dort beschäftigen wir uns bis einschließlich Kapitel 19, »Fehler«, mit der Frage, wie eigentlich große und komplizierte Software entwickelt wird. In Kapitel 20, »Hands-on: Programmieren mit Python«, schreiben Sie dann selbst Programme am Computer – hierfür ist es ratsam, zumindest die Grundlagen zu Algorithmen, Datenstrukturen, Objektorientierung, Computern und Softwareentwicklung gelesen zu haben.

Abschließend beschäftigen wir uns in Kapitel 21, »Ethik in der Informatik«, mit ethischen und gesellschaftlichen Fragestellungen: Was darf Informatik alles, und welche Verantwortung tragen wir als Informatiker*innen? Um Ihnen wirklich alles an die Hand zu geben, was Sie für einen erfolgreichen Studienstart benötigen, geben wir Ihnen in Kapitel 22, »Extro«, noch einen Überblick über Ausbildungswege und mögliche Berufsfelder und verraten, wie ein Informatikstudium eigentlich abläuft.

Die meisten Kapitel fangen mit einer Knobelei an, also einer kleinen Rätselaufgabe, die Sie im Kopf, auf Papier oder mit wenigen Alltagsgegenständen lösen können – insbesondere brauchen Sie außer für Kapitel 20 keinen Computer für die Bearbeitung. Anschließend lösen wir die Knobelei auf und zeigen, welche Konzepte der Informatik sich dahinter verbergen. Stück für Stück führen wir im Hauptteil des Kapitels Begriffe und Techniken ein, die wir am Kapitelende zusammenfassen und in den Gesamtzusammenhang stellen.

Ein paar Aufgaben von einfach bis schwer geben Ihnen dann die Möglichkeit, das Gelesene zu verarbeiten und anzuwenden und zu testen, ob Sie alles verstanden haben. Auch diese Aufgaben können Sie (mit Ausnahme von Kapitel 20) völlig ohne Computer oder andere technische Hilfsmittel bearbeiten.

Folgende Stile und Icons verwenden wir, um Dinge zu kennzeichnen:

- **Aufgaben**

  Alles, was Aufgaben betrifft, erkennen Sie auf den ersten Blick am schraffierten Seitenrand.

  Zu Beginn des Kapitels gibt es eine »Knobelei zum Einstieg«, mit der Sie ohne Vorkenntnisse in das Thema des Kapitels einsteigen können.

  Am Ende der Kapitel fordern Aufgaben Sie heraus.

  🎓🎓🎓 Manche Aufgaben fordern Sie voraussichtlich mehr als andere. Diesen Aufgaben haben wir nicht nur einen, sondern gleich drei Doktorhütchen vorangestellt.

- **Lösungen**

  Lösungen finden Sie immer hinter den Aufgaben eines Kapitels. Jede Lösung trägt die gleiche Nummer wie die Aufgabe, die sie löst.

- **Pseudocode und Code**

  Pseudocode und Code erkennen Sie an dieser Schriftart:

```
Wiederhole, solange Ende des Buches nicht erreicht
    Wiederhole, solange Seitenende nicht erreicht
        Falls Abschnittstyp = Aufgabe
```

  Schlüsselwörter der Programmiersprache bzw. Begriffe, die in einer Programmiersprache als Schlüsselwort (vgl. Kapitel 20, »Hands-on: Programmieren mit Python«) umgesetzt werden, drucken wir farbig. Moderne Entwicklungsumgebungen bieten verschiedene reichhaltige Farbdarstellungen Ihres Codes, die außerdem z. B. Zahlenwerte, Kommentare, Zeichenketten in jeweils eigenen Farben darstellen. Schlüsselwörter werden dabei immer berücksichtigt, und so halten wir es auch in diesem Buch.

- **Begriffe**

  Begriffe erläutern wir immer im Zusammenhang. Sie erkennen einen neu eingeführten Begriff an der *kursiven Schrift*.

Kompakt erklärt – bitte genau hinsehen

In diesem Buch lernen Sie viele neue Konzepte, Sachverhalte und Zusammenhänge der Informatik kennen. Manche davon haben wir hervorgehoben, weil Sie bei der Lektüre vielleicht kurz innehalten möchten; denn mit einem Kasten wie diesem unterbrechen wir unseren Gedankengang, um Ihnen wichtige Grundlagen zu vermitteln oder weiterführende Ideen vorzustellen. Diese Textstellen lassen sich zwar leicht wiederfinden, aber wir empfehlen Ihnen, schon beim ersten Lesen ein besonderes Augenmerk auf sie zu richten.

Die Website zum Buch

Auf unserer Website *www.fit-fuers-informatikstudium.de* stellen wir weiteres Material zum Buch bereit. Dieses umfasst noch ausführlichere Lösungserklärungen zu manchen Aufgaben, eine Linksammlung zu weiterführender Literatur sowie alle Codebeispiele und Werkzeuge für das Programmierkapitel 20.

Wie in jedem Fachbuch wird auch bei uns der Fehlerteufel nicht völlig untätig geblieben sein. Auf unserer Website nehmen wir Fehlermeldungen entgegen und stellen Korrekturen

für bereits bekannte Fehler bereit. Außerdem freuen wir uns natürlich sehr über Feedback: Über das Kontaktformular auf unserer Website können Sie uns Fragen stellen und Lob, Anregungen und natürlich auch Kritik loswerden.

Danksagungen

Zuallererst möchten wir uns beim Team des Rheinwerk Verlags für die Unterstützung bei der Gestaltung und Umsetzung dieses Buches bedanken. Unser Dank gilt auch den vielen Mitarbeitenden, die im Hintergrund dafür gesorgt haben, dass Sie nun ein fertiges Exemplar des Buches in der Hand halten können. Insbesondere möchten wir uns bei unserer Lektorin Almut Poll bedanken, ohne die es dieses Buch nicht gegeben hätte. Ihrer Feder entstammen Idee und Konzept des Projekts, für das sie uns als Autoren an Bord geholt hat. Wir danken ihr für das in uns gesetzte Vertrauen und die kompetente Unterstützung beim Schreiben des Buchs!

Unser Dank geht auch an Wolfgang Pohl, der das Geleitwort verfasst und damit dem Buch einen schönen Kontext gegeben hat.

Wir danken unseren Kollegen Thomas Bläsius, Timo Kötzing und Pascal Lenzner für die fachliche und didaktische Durchsicht der Kapitel. An vielen Stellen sind ihre wertvollen Anmerkungen und Ratschläge in das Buch eingeflossen und haben damit die Verständlichkeit der Erklärungen verbessert. Auch ein paar Fehler konnten wir dank den dreien ausmerzen.

Ebenso geht ein herzliches Dankeschön an unseren Freundeskreis und unsere Familien, die sich nie darüber beschwert haben, wenn wir sie völlig aus dem Zusammenhang gerissen um Rat gefragt haben. Wir danken insbesondere Jonas Chromik, Lukas Faber, Franka Fischbeck, Marie Hagenbourger, Ann Katrin Kuessner, Rita Neubert, Valentin Pinkau, Jan Schellenberg, Robert Schmid, Sebastian Serth und Jennifer Stamm dafür, dass sie uns bei der Entstehung des Buches als Testpersonen unterstützt und uns Feedback zu den Texten gegeben haben.

Wir selbst haben viele Jahre am Hasso-Plattner-Institut in Potsdam studieren, forschen und lehren dürfen und sprechen allen Menschen dort unseren großen Dank dafür aus, dass sie mit Spaß und Leidenschaft bei der Sache sind. Insbesondere sind wir sehr dankbar für all die Gelegenheiten, die uns geboten wurden und werden, um Schüler*innen, Lehrkräften und Studierenden im Rahmen von Workshops, Camps, Tutorien und Vorlesungen unser Wissen weiterzugeben und dabei unsere eigenen didaktischen Fähigkeiten zu erproben und zu verbessern.

Was ist eigentlich Informatik?

Nicht ganz zu Unrecht denken die meisten Menschen beim Begriff »Informatik« zuallererst an Laptops, Smartphones und das Internet. Dennoch haben wir uns dafür entschieden, dieses Buch so zu schreiben, dass Sie es fast komplett ohne Computer lesen und insbesondere die Aufgaben ganz analog bearbeiten können. Die Erklärung dafür liegt in dem verborgen, was Informatik außerhalb der Arbeit mit Computern eigentlich noch alles umfasst.

Die Anfänge der mechanischen Rechenmaschinen

Der Ursprung der Informatik liegt in dem Traum, Berechnungen nicht mühsam von Hand und im Kopf durchführen zu müssen, sondern wiederkehrende und monotone Aufgaben von einer Maschine erledigen zu lassen. Gleich drei Mathematiker bauten im 17. Jahrhundert erste mechanische Rechenmaschinen. Aus heutiger Sicht ist der bedeutendste von ihnen Gottfried Wilhelm Leibniz, dessen Maschine alle vier Grundrechenarten beherrschte. Zwar konnte zu seinen Lebzeiten die »Leibniz'sche Rechenbank« nie voll funktionstüchtig gebaut werden, weil die damaligen Möglichkeiten der Feinmechanik noch nicht ausgereift genug waren; moderne Nachbauten funktionieren jedoch einwandfrei. Die Maschine prägte die bis heute typische Trennung einer automatischen Berechnung in *Eingabe*, *Berechnung* und *Ausgabe*. Darüber hinaus erkannte Leibniz, dass sich das Binärsystem – also das Rechnen mit den Ziffern 0 und 1 anstatt des uns geläufigen Zehnersystems mit den Ziffern 0 bis 9 – besonders gut für maschinelle Berechnungen eignet.

Neben vielen Weiterentwicklungen dieser Rechenmaschinen durch verschiedene Personen leitete Joseph-Marie Jacquard um 1800 mit seinem durch Lochkarten gesteuerten Webstuhl das nächste Kapitel der Informatikgeschichte ein. Anstatt ein kompliziertes Webmuster fest in die Mechanik des Webstuhls einbauen zu müssen, ermöglichten es austauschbare Karten mit ausgestanzten Löchern, ein und denselben Webstuhl für vielerlei Muster zu verwenden.

Im 19. Jahrhundert übernahm der Mathematiker Charles Babbage diese Idee für den Entwurf seiner »Analytical Engine«, einer von einer Dampfmaschine angetriebenen Rechenmaschine, die über Lochkarten programmiert werden sollte. Auch wenn die Maschine nie vollständig gebaut wurde, so geht man heutzutage doch davon aus, dass sie voll funktionstüchtig gewesen wäre. Im Gegensatz zu den Konstruktionsplänen der Maschine wurde eine Reihe von Programmen für selbige überliefert. Die Autorin dieser Programme, die Mathematikerin Ada Lovelace, gilt damit als erste Programmiererin überhaupt. Sie hatte außerdem die Vision, dass solche Rechenmaschinen langfristig nicht nur mit Zahlen, sondern auch mit Bildern und Musik arbeiten könnten.

Programmierbare Computer

Im Jahr 1938 gelang es endlich Konrad Zuse, mit der »Z1« die erste programmierbare mechanische Rechenmaschine zu vollenden. Drei Jahre später stellte er die Nachfolgerin »Z3« fertig, die als erster Computer der Welt gilt und nicht mehr mechanisch, sondern mit zweitausend Relais arbeitete. Programmiert wurde der Computer über einen Lochstreifen, Eingabe und Ausgabe erfolgten über eine Tastatur und Lampen.

Ebenfalls in den 1930er-Jahren wurden wichtige Grundsteine der theoretischen Informatik geschaffen. Wissenschaftler wie Alan Turing und Alonzo Church formalisierten, welche Probleme überhaupt von Maschinen gelöst werden können. Das von ihnen maßgeblich geformte Forschungsfeld der *Berechenbarkeitstheorie* beschreibt die Grenzen der Möglichkeiten von Computern, und zwar nicht nur die Grenzen der damals bekannten Geräte, sondern die aller Maschinen und Modelle zur automatischen Berechnung, die bis heute entdeckt und entwickelt wurden.

Der Brite Alan Turing war als Kryptoanalytiker auch maßgeblich daran beteiligt, im Zweiten Weltkrieg die abgefangenen verschlüsselten Nachrichten der Deutschen zu entziffern. Die Fähigkeit, die gegnerische Kommunikation abzuhören, war so bedeutend, dass damals gleich mehrere Großrechner im Vereinigten Königreich, in den USA und in Deutschland entwickelt wurden. Neben der Entschlüsselung von Nachrichten dienten sie auch zur Automatisierung von komplexen aerodynamischen Berechnungen für Flugzeuge und Geschosse. Mehr und mehr wurden dabei die fehleranfälligen und langsamen Relais durch Elektronenröhren aus der Radartechnik ersetzt.

Nachdem lange Zeit die Programmierung der Maschinen direkt über Kabel oder Löcher erfolgt war und Befehle über Nullen und Einsen eingegeben wurden, kam die Informatikerin Grace Hopper um 1950 auf die Idee, Programme stattdessen auf Englisch zu schreiben und diese anschließend mit einem Computer in Maschinenbefehle zu übersetzen. Sie entwickelte darauf aufbauend die ersten Programmiersprachen und die dazugehörigen Übersetzer, auch *Compiler* genannt.

Die Miniaturisierung und der Siegeszug des Computers

Unter anderem aufgrund ihrer immensen Größe – der US-amerikanische *ENIAC* nahm 170 m^2 Platz ein – ging man damals davon aus, dass nur wenige Computer weltweit benötigt würden. Mit der Erfindung des Transistors im Jahr 1947 änderte sich vieles, denn auf einmal war es möglich, viel schnellere, kleinere und wartungsärmere Computer zu konstruieren. Im Gegensatz zu den meisten vorherigen Maschinen speicherten nun Computer Programme und Daten im selben Speicher, entsprechend dem von John von Neumann beschriebenen Aufbau eines Computersystems. Die Entwicklung der ersten Mikroprozessoren durch Intel beziehungsweise Texas Instruments im Jahr 1971 führte schließlich dazu,

dass Tausende Transistoren auf einem kleinen Chip Platz fanden. Anschließend vergrößerte sich die Anzahl der Transistoren auf einem Chip rasant. Der Wissenschaftler Gordon Moore prognostizierte eine Verdoppelung der Schaltkreisdichte alle ein bis zwei Jahre. Bis heute hält die Weiterentwicklung der Kernbestandteile von Computersystemen in etwa Schritt mit dieser Prognose.

Erst in den 1980er-Jahren fanden Computer nach und nach Einzug in Privathaushalte, nachdem zuvor vor allem Großgeräte für Unternehmen entwickelt worden waren. Ab 1990 revolutionierte die Öffnung des Internets für die allgemeine kommerzielle Nutzung die weltweite Kommunikation. Zuvor war dieses Netzwerk auf Forschungseinrichtungen und Universitäten beschränkt gewesen, wo insbesondere die E-Mail für schnellen Nachrichtenversand genutzt wurde. Das 1989 von Tim Berners-Lee entwickelte World Wide Web ist heutzutage die bekannteste Ausprägung des Internets.

Seitdem halten Computer Einzug in immer mehr Bereiche unseres Lebens. Angefangen bei Taschenrechnern, digitalen Armbanduhren und Mobiltelefonen explodierte die Verbreitung von Computern spätestens 2007. Zwar waren Smartphones keine neue Erfindung, erst jedoch die Einführung des iPhones in jenem Jahr führte dazu, dass heute fast alle eine universale, automatische Rechenmaschine in der Hosentasche tragen, die millionenfach leistungsstärker ist, als es sich die Menschen bei der Erfindung der ersten mechanischen Rechner hätten erträumen können. Das sogenannte *Internet of Things* (IoT) vernetzt im Haushalt Lampen, Heizungen und Staubsauger-Roboter, und auch in der Industrie gibt es kaum noch eine Maschine, die sich nicht aus der Ferne digital überwachen und steuern ließe. Mit *Wearables* (kleinen tragbaren Computern), *Smart Clothes* (Kleidungsstücken mit integrierter Digitaltechnik) und sogar im Körper implantierten Chips ist die Durchdringung des Alltags durch digitale Systeme inzwischen praktisch allumfassend. Diese Verbreitung und Universalität von Computern macht den Beruf des Informatikers bzw. der Informatikerin enorm spannend und herausfordernd.

Was machen Informatiker*innen?

Kommunikation, Mobilität, Multimedia, Finanzwesen, Ingenieurswesen, Fabrikproduktion, Forschung und Entwicklung, Medizin, Unternehmensorganisation, Politik – die Anwendungsfelder informatischer Systeme umfassen inzwischen praktisch alles. Bei aller Weiterentwicklung ist jedoch das Grundprinzip geblieben: Die Informatik beschäftigt sich noch immer damit, wie Berechnungen automatisiert durchgeführt werden. Da die zugrunde liegenden Problemstellungen aus beliebigen Domänen stammen können, ist das Aufgabenfeld so universell wie kaum ein anderes.

Hauptsächlich beschäftigen sich Informatiker*innen damit, wie Probleme gut, effizient und automatisiert gelöst werden können. Dass diese Automatisierung in erster Linie durch

Computer geschieht, ist zunächst einmal zweitrangig, denn eine strukturierte und präzise Beschreibung von Problemlösungen ist für Mensch wie Maschine gleichermaßen wertvoll. Die enorme Rechenkraft von heutigen Computern sorgt jedoch dafür, dass die Lösungsverfahren auch schnell ausgeführt werden können, und macht damit die Ergebnisse der Arbeit anwendbar.

Wenn man so will, ist der Computer das wichtigste Werkzeug der Informatik für die Ausführung der Lösungen. In der Arbeit mit Computern ist man jedoch in erster Linie damit beschäftigt, zwischen der Sprache des Problems und der Sprache des Computers zu übersetzen. Bevor aber diese Übersetzung stattfinden kann, muss zunächst das Problem gelöst und diese Lösung in eine strukturierte Form gebracht werden.

Neben mathematisch-logischem Denken ist dabei vor allem Ingenieurskompetenz gefragt: Ohne den Blick fürs Ganze, ohne Einfallsreichtum, Kreativität, Durchhaltevermögen und Teamfähigkeit kommt man in der Informatik nicht sehr weit, denn typischerweise sind die gestellten Probleme so umfangreich und knifflig, dass deren Lösung viel Knobelei, Ausprobieren und Teamarbeit erfordert.

In die grundlegenden Denkweisen, Lösungsansätze und Ideen der Informatik wollen wir Ihnen in den folgenden Kapiteln einen Einblick geben. Die wichtigsten Werkzeuge dafür sind Papier und Stifte. Haben Sie sich diese bereitgelegt? Dann kann es ja losgehen!

Kapitel 9

Graphen

Graphen eignen sich sehr gut dafür, zusammengehörige oder abhängige Daten zu repräsentieren. Wir werden in diesem Kapitel erklären, was Graphen sind und wie man mit ihnen Daten in Beziehung setzt. Außerdem werden wir einfache Algorithmen auf Graphen ausprobieren.

Knobelei zum Einstieg

9.1 Morgendliches Anziehen

Jeden Morgen dasselbe! Nach dem Duschen nimmt man die Kleidungsstücke, die man am Tag tragen möchte, aus dem Schrank und zieht sie dann an. Aber wie oft passiert es, dass man schlaftrunken das T-Shirt anzieht und danach das Unterhemd noch in der Hand hält? Natürlich ist es ärgerlich, kostet aber bei wenigen Kleidungsstücken noch nicht so viel Zeit. Aber wie ist es, wenn man im Winter feststellt, dass man das T-Shirt vergessen hat, wenn man schon den Schneeanzug trägt?

Damit wir mit solchen Situationen in der Zukunft keine Zeit mehr verschwenden, wollen wir uns überlegen, wie wir diesen Vorgang besser organisieren können. Stellen Sie sich vor, Sie möchten heute die folgenden Kleidungsstücke tragen:

- Handschuhe
- lange Unterhose
- Mütze
- Pullover
- Schneeanzug
- Schuhe
- Socken
- T-Shirt
- Unterwäsche

Überlegen Sie sich doch einmal, welche Abhängigkeiten beim Anziehen Ihrer Kleidungsstücke existieren, und schreiben Sie sie auf. Dass die Unterwäsche vor dem T-Shirt angezogen werden muss, könnte man beispielsweise so notieren:

Unterwäsche → T-Shirt

Da es egal ist, in welcher Reihenfolge Sie zum Beispiel die Unterwäsche und die Socken anziehen, kommt diese Kombination in der Liste der Abhängigkeiten nicht vor.

Fassen Sie im nächsten Schritt die Abhängigkeiten zusammen, sodass jedes Kleidungsstück nur noch einmal vorkommt. Welches Bild kommt dabei zustande? Wie könnten Sie nun mit diesem Bild eine Reihenfolge finden, in der Sie die Kleidungsstücke ohne Probleme anziehen können?

In Abbildung 9.1 haben wir die Abhängigkeiten der Kleidungsstücke grafisch dargestellt. Möglicherweise haben Sie in Ihrem Bild einige Pfeile mehr. Diese haben wir in unserer Darstellung entfernt, weil sie indirekt in ihr enthalten sind. Beispielsweise muss natürlich das

T-Shirt vor dem Schneeanzug angezogen werden, jedoch ist dies dadurch gegeben, dass das T-Shirt vor dem Pullover und dieser vor dem Schneeanzug angezogen werden muss.

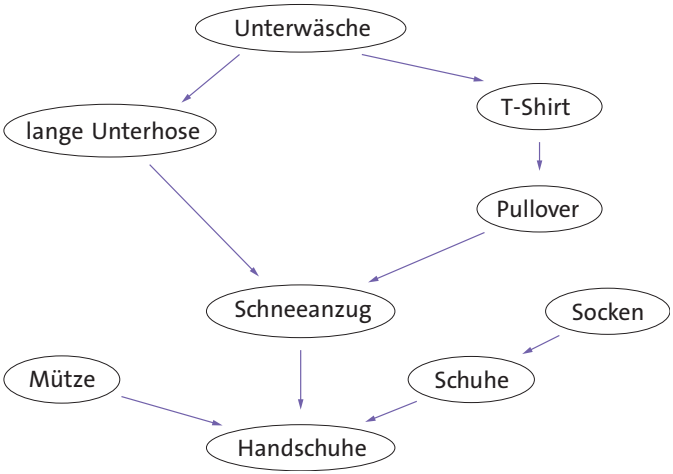


Abbildung 9.1 Abhängigkeiten der Kleidungsstücke

Aus dieser Abbildung können Sie nun schon einiges ablesen. Beispielsweise müssen die Schuhe, der Schneeanzug und die Mütze angezogen sein, bevor Sie die Handschuhe anziehen können. Außerdem sind die Handschuhe das letzte Kleidungsstück, das angezogen wird. Beginnen können Sie mit der Unterwäsche, den Socken oder der Mütze, da diese keine vorherigen Abhängigkeiten, also keine eingehenden Pfeile, haben. Genau so können Sie auch eine Reihenfolge für die Kleidungsstücke finden, die insgesamt funktioniert. Sie können ein Kleidungsstück anziehen, wenn es keine vorherigen Abhängigkeiten hat. Ziehen Sie ein Kleidungsstück an, kann es aus dem Diagramm entfernt werden. Anschließend haben Sie neue Kleidungsstücke, die Sie anziehen können. Diesen Algorithmus nennt man auch *topologisches Sortieren*. Eine mögliche Reihenfolge zum Anziehen der Kleidungsstücke ist:

Unterwäsche → lange Unterhose → T-Shirt → Pullover → Schneeanzug → Socken → Schuhe → Mütze → Handschuhe

9.2 Verknüpfte Daten

Verknüpfte Daten sind überall in der Welt vorhanden. Etwas später in diesem Kapitel werden wir uns zum Beispiel mit Straßenverbindungen zwischen Städten und einem Freundschaftsnetzwerk beschäftigen. Solche Verknüpfungen in den Datenstrukturen darzustellen, die Sie bisher kennengelernt haben, ist nur schwer möglich.

Graphen bieten sich genau dafür an. Sie bestehen grundsätzlich aus einer Menge von *Knoten* und *Kanten*. Ein Knoten im Graphen steht stellvertretend für ein Objekt. Das kann beispielsweise wie in der Knobelei ein Kleidungsstück oder eine Stadt auf einer Landkarte sein. Eine Kante verbindet zwei Knoten, wie zum Beispiel eine Straße zwei Städte verbindet. Wenn zwei Knoten mit einer Kante verbunden sind, nennt man sie *benachbart*. In vielen Algorithmen auf Graphen spricht man von der *Nachbarschaft* eines Knotens. Damit sind dann alle Knoten gemeint, die mit diesem Knoten benachbart sind.

Knoten notiert man im Regelfall mit einem Kreis. Eine Kante ist eine Linie zwischen zwei Knoten. In Abbildung 9.2 sehen Sie einen einfachen Graphen, in dem zwei Knoten, *A* und *B*, durch eine Kante verbunden sind. Beim Zeichnen von Graphen ist es nicht wichtig, wo die Knoten platziert werden. *A* und *B* könnten also beliebig verschoben werden; die Aussage, dass die beiden Knoten verknüpft sind, bleibt bestehen. Da es bei Graphen nur um das Darstellen dieser Verknüpfung geht, ist die genaue Positionierung unwichtig.

Abbildung 9.2 Ein einfacher Graph mit zwei Knoten und einer Kante zwischen diesen Knoten

9.3 Varianten von Graphen

Graphen modellieren immer einen Sachverhalt. Manchmal reicht die Information, dass zwei Knoten verbunden sind, jedoch nicht aus, sondern es müssen abhängig vom Kontext weitere Informationen gespeichert werden. Zusätzlich zur Beziehung zwischen zwei Knoten kann man in einem Graphen auch gut speichern, wie genau diese Beziehung ausgestaltet ist. Gilt sie in beide Richtungen? Ist sie mit einer Art Kosten verbunden? Für diese zwei typischen Anforderungen gibt es Varianten von Graphen, die diese zusätzlichen Informationen modellieren können.

Gerichtete Kanten

Gerichtete Kanten ermöglichen es, einseitige Verbindungen in einem Graphen darzustellen. Die Richtung der Kante wird durch einen Pfeil im Graphen markiert, wie Abbildung 9.3 zeigt. In diesem Beispiel ist Knoten *A* mit Knoten *B* verbunden, und außerdem gilt: Knoten *A* zeigt auf Knoten *B*.

Abbildung 9.3 Ein einfacher gerichteter Graph. Die Kante zeigt von Knoten »A« zu Knoten »B«.

Solche Graphen haben Sie schon in der Knobelei kennengelernt. Die Abhängigkeiten zwischen den Kleidungsstücken waren einseitig. Ein Straßennetz ist ein anderes Beispiel, bei dem gerichtete Kanten oft zum Einsatz kommen. So können wir Einbahnstraßen als gerichtete Kanten modellieren, um beispielsweise beim Berechnen von Routen darzustellen, dass die Straße nur in eine Richtung befahren werden kann.

Wenn keine Kante des Graphen eine Richtung hat, wird der Graph *ungerichtet* genannt.

Gewichtete Kanten

Möchten wir zum Beispiel die Distanzen zwischen zwei verbundenen Städten ausdrücken, können wir dies einfach mit *Kantengewichten* tun. Kantengewichte werden als Zahl an der Kante notiert, wie in Abbildung 9.4 dargestellt, und manchmal auch als *Kantenkosten* bezeichnet.

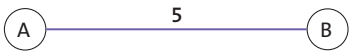


Abbildung 9.4 Ein einfacher gewichteter Graph. Die Kante zwischen den Knoten »A« und »B« hat das Gewicht 5.

Die Bedeutung eines Kantengewichts kann sehr vielfältig sein. Es kann die Distanz zwischen zwei Städten beschreiben, die Übertragungsgeschwindigkeit einer Datenleitung oder auch den Grad einer Freundschaft zwischen zwei Personen. Die Bedeutung hängt ganz von dem Kontext ab, für den der Graph modelliert wird, und spielt dann in den Algorithmen eine Rolle, die auf dem Graphen ausgeführt werden.

Nehmen wir an, das Kantengewicht eines Graphen steht für die Distanz zwischen zwei Städten. Wenn dann die kürzesten Wege in der als Graph modellierten Landkarte gesucht werden sollen, entscheidet dieses Gewicht darüber, ob ein Weg über eine Straße (beziehungsweise Kante) führt. Je nachdem, wie hoch das Gewicht ist, kann eventuell auch ein kürzerer Weg gefunden werden, der vielleicht sogar mehr, aber dennoch in Summe günstigere Kanten verwendet.

Hat ein Graph keine Kantengewichte, wird er *ungewichtet* genannt.

Beispiele für Graphen

Eines der natürlichsten Beispiele für Graphen sind Landkarten. In Abbildung 9.5 haben wir einige deutsche Großstädte und deren Distanzen dargestellt. Die Knoten sind dabei die Städte selbst; die Kanten sind einige Autobahnen, die diese Städte verbinden. Das Gewicht der Kanten sind die Distanzen in Kilometern zwischen den benachbarten Städten.

Eine typische Fragestellung zu so einem Graphen ist, ob zwei bestimmte Städte (möglicherweise über andere Städte) miteinander verbunden sind und wie groß die daraus resultierende Distanz zwischen den beiden Städten ist. So können wir mit dem Graphen aus Abbildung 9.5 ermitteln, dass die Entfernung von Hamburg nach München 885 Kilometer beträgt. Der Weg führt von Hamburg über Berlin und Nürnberg nach München.

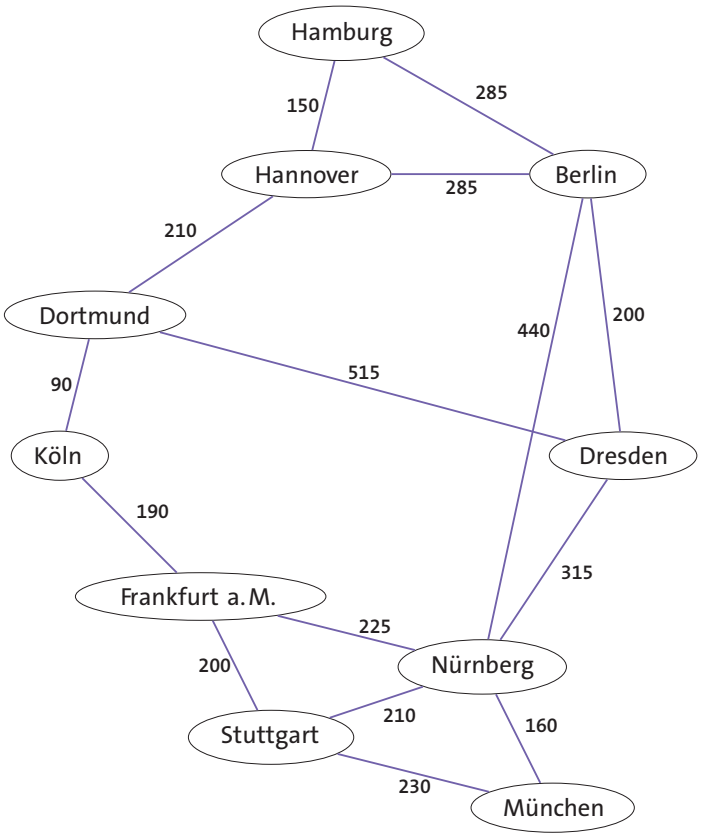


Abbildung 9.5 Einige deutsche Großstädte und ihre Verbindungen über Autobahnen. Die Kantengewichte stehen für die Distanz zwischen den Städten.

Das Straßennetzwerk von Deutschland ist schon beim Betrachten einer Straßenkarte als Graph erkennbar. Ein etwas versteckteres Beispiel für Graphen sind soziale Netzwerke. In Abbildung 9.6 haben wir das soziale Netzwerk einer Schulklasse dargestellt. Die Knoten sind die Personen; eine Kante zeigt an, dass zwei Personen befreundet sind.

Für dieses soziale Netzwerk könnten wir nun bestimmen, welche Person die beliebteste ist, also am meisten Freundschaften pflegt. Die Anzahl der Freundschaften einer Person ent-

spricht der Anzahl an Kanten am entsprechenden Knoten. Dieser Wert wird auch der *Grad* eines Knotens genannt. Wer ist also die beliebteste Person in der Klasse?

Außerdem könnten wir Cliquen finden. Eine Clique ist eine Menge von Personen, die alle miteinander befreundet sind. Auch in der Graphentheorie nennt man dies eine *Clique* und definiert, dass jedes Paar von Knoten in der Clique durch eine Kante verbunden sein muss. Finden Sie die größte Clique in dieser Klasse?

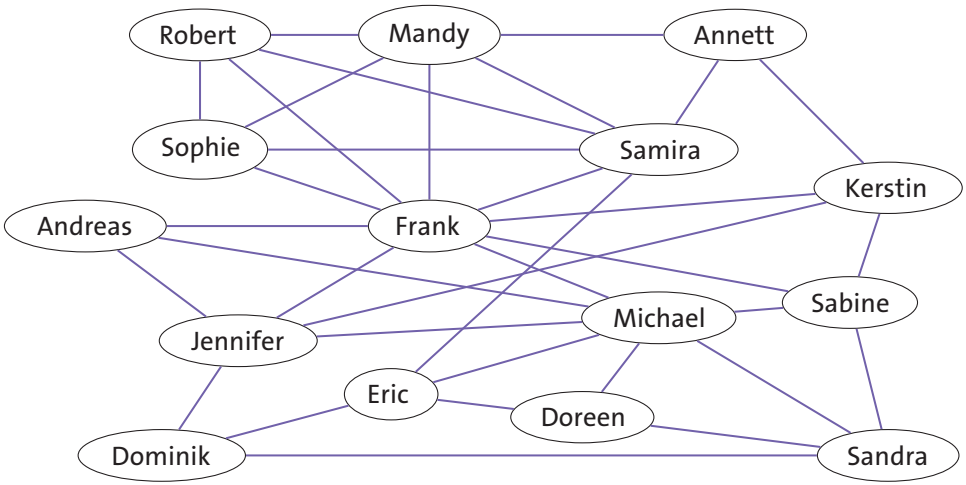


Abbildung 9.6 Das soziale Netzwerk einer Schulklasse

In der Klasse in Abbildung 9.6 ist Frank der beliebteste Schüler, da er Teil von 9 Freundschaftsbeziehungen ist. Die größte Clique besteht aus Robert, Mandy, Samira, Frank und Sophie.

9.4 Suchen und Bewegen in Graphen

Eine der Grundoperationen auf Graphen ist das Suchen nach einem Knoten oder einer Verbindung. Beispielsweise ist es oft relevant zu wissen, ob ein Knoten von einem anderen Knoten erreichbar ist, sei es, um eine Nachricht in einem Kommunikationsnetzwerk übermitteln zu können oder um eine Baustelle im Straßennetz zu umfahren. Dafür werden Suchverfahren verwendet, die systematisch jeden Knoten im Graphen besuchen und dabei nach einem Verbindungsweg zwischen den beiden Knoten Ausschau halten. Jede Suche beginnt bei einem bestimmten Startknoten und endet, sobald entweder das Suchziel (zum Beispiel ein anderer Knoten) erreicht wurde oder alle Knoten betrachtet wurden.

Die zwei Standardverfahren dafür nennen sich *Tiefensuche* und *Breitensuche*. Beide basieren auf der Idee, nach und nach alle Nachbarn eines Knotens zu besuchen, ebenso die Nachbarn der Nachbarn und so weiter. Da der ursprüngliche Knoten selbst auch ein Nachbar seines Nachbarn ist, müssen die Algorithmen dafür speichern, welche Knoten sie schon besucht haben, um nicht im Kreis Nachbarschaftsbeziehungen zu verfolgen. Wann immer ein Knoten *besucht* wird, werden einmal alle seine Nachbarn betrachtet und als *gesehen*, aber noch nicht als *abgearbeitet* gespeichert, falls sie nicht schon zuvor besucht oder gesehen wurden. Die beiden Algorithmen verfahren dann fast gleich und unterscheiden sich lediglich darin, in welcher Reihenfolge *gesehene* Knoten besucht werden. Die Breitensuche betrachtet zunächst die nähere Umgebung des Startknotens, bevor sie sich weiter entfernt. Wie eine Welle besucht der Algorithmus also zunächst alle Knoten, die direkt mit dem Startknoten benachbart sind, dann die Knoten mit zwei Kanten Entfernung vom Start, die mit drei und so weiter. Die Tiefensuche dagegen verfolgt zunächst einen Weg durch den Graphen, bis sie erfolgreich war oder in einer Sackgasse gelandet ist, und betrachtet erst dann die Umgebung des Weges. Auf den Graphen in Abbildung 9.7 können Sie diesen Unterschied nachvollziehen.

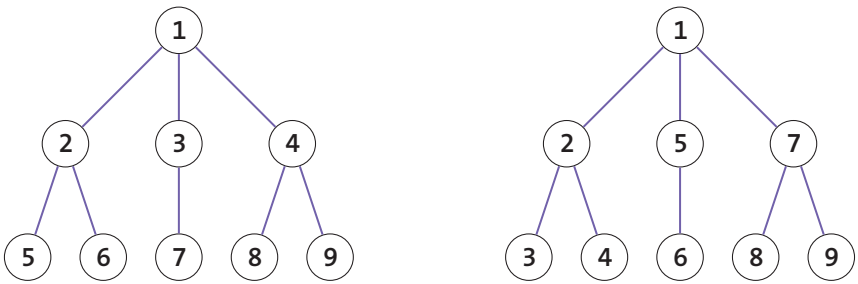


Abbildung 9.7 Breitensuche (links) und Tiefensuche (rechts) besuchen Knoten in unterschiedlicher Reihenfolge.

Implementierung

Die beiden Suchverfahren können wie in Listing 9.1 implementiert werden. In den ersten beiden Zeilen werden die angesprochenen Listen der besuchten und der gesehenen Knoten angelegt. Zum Anfang kennt der Algorithmus bereits den Startknoten und kann ihn daher zu der Liste gesehener Knoten hinzufügen. Anschließend werden die folgenden Befehle so lange wiederholt, bis die Liste der gesehenen Knoten leer ist (Zeile 4). In jeder Iteration nimmt sich der Algorithmus den nächsten gesehenen Knoten (Zeilen 5 und 6). Dieser Knoten wird im aktuellen Schleifendurchlauf *besucht*, falls er nicht schon zuvor besucht wurde (Zeile 7). Falls das der Fall ist, wird der folgende Code nicht ausgeführt, sondern es wird mit der nächsten Iteration fortgesetzt. Sollte er noch nicht besucht worden sein, fügt der Algo-

rithmus ihn der Liste der besuchten Knoten hinzu (Zeile 8). So wird verhindert, dass der Algorithmus endlos läuft, weil er immer wieder dieselben Knoten besucht.

Mit *aktuellerKnoten*.Nachbarn wird auf die Liste der Nachbarn des aktuellen Knotens zugegriffen. Diese werden in diesem Schritt gesehen und deshalb der entsprechenden Liste hinzugefügt. Jeder Knoten kann sich mehrfach in der Liste der gesehenen Knoten befinden. Da er aber aufgrund der Überprüfung in Zeile 7 nur einmal vom Algorithmus bearbeitet wird, ist das in Ordnung.

```
Eingabe: Startknoten s
01  besuchteKnoten := VerketteteListe()
02  geseheneKnoten := VerketteteListe()
03  geseheneKnoten.first := s
04  Wiederhole solange geseheneKnoten nicht leer
05     aktuellerKnoten := geseheneKnoten[0]
06     Entferne erstes Element von geseheneKnoten
07     Falls aktuellerKnoten nicht in besuchteKnoten dann
08        Füge aktuellerKnoten zu besuchteKnoten hinzu
09        Wiederhole für alle n in aktuellerKnoten.Nachbarn
10           Falls n nicht in besuchteKnoten dann
11              Füge n zu geseheneKnoten hinzu
```

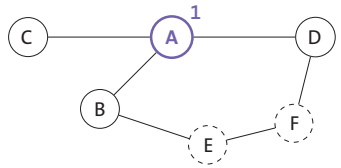
Listing 9.1 Eine Suche über alle Knoten eines Graphen. Es ist nicht spezifiziert, wonach gesucht wird oder was die Ausgabe ist.

Die Implementierung ist für die Tiefen- und die Breitensuche nahezu gleich. Lediglich die Wahl der verwendeten Datenstruktur für die Liste gesehener Knoten führt zu den unterschiedlichen Suchabläufen. Darum unterscheiden sich die Algorithmen nur im Verhalten in Zeile 11. Die Tiefensuche fügt die Knoten zur Liste der gesehenen Knoten vorn hinzu, während die Breitensuche sie hinten anfügt.

Beispiel

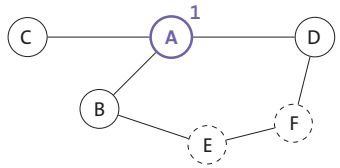
Im folgenden Beispiel führen wir auf demselben Graphen die Tiefen- und die Breitensuche parallel aus, um die Algorithmen zu veranschaulichen. Die Tiefensuche ist jeweils links dargestellt, die Breitensuche rechts. Besuchte Knoten sind fett markiert, gesehene Knoten werden durch eine dünne Linie und noch nicht gesehene Knoten durch eine gestrichelte Linie wiedergegeben. Wir beginnen bei Knoten *A*, wie Abbildung 9.8 zeigt. Beide Algorithmen sehen die Knoten *B*, *C* und *D*. Wir gehen davon aus, dass die Knoten alphabetisch gespeichert sind und deshalb auch in dieser Reihenfolge der Liste hinzugefügt werden.

Tiefensuche:



Besuchte Knoten: A
Gesehene Knoten: D, C, B

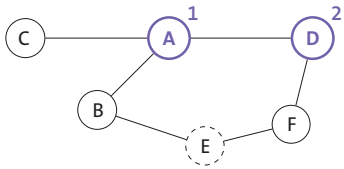
Breitensuche:



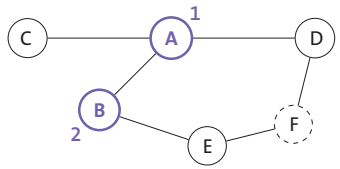
Besuchte Knoten: A
Gesehene Knoten: B, C, D

Abbildung 9.8 Der vorderste Knoten, Knoten »A«, wird besucht. Dadurch werden die Knoten »B«, »C« und »D« gesehen.

Nun wird jeweils der vorderste Knoten aus der Liste mit den gesehenen Knoten besucht. Während die Tiefensuche *D* als Nächstes besucht, besucht die Breitensuche zuerst *B* (siehe Abbildung 9.9). Die Tiefensuche fügt den neu gesehenen Knoten *F* vorn der Liste hinzu, die Breitensuche fügt Knoten *E* hinten an.



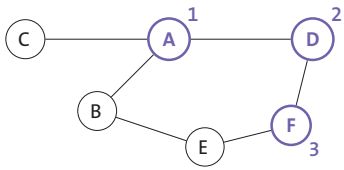
Besuchte Knoten: A, D
Gesehene Knoten: F, C, B



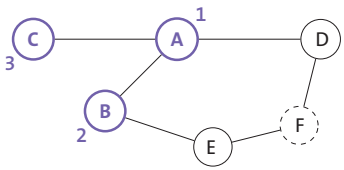
Besuchte Knoten: A, B
Gesehene Knoten: C, D, E

Abbildung 9.9 Im zweiten Schritt besucht die Tiefensuche Knoten »D«, die Breitensuche Knoten »B«.

Bei der Tiefensuche steht nun Knoten *F* vorn und wird als Nächstes besucht, wie der linke Teil von Abbildung 9.10 zeigt. Dabei wird Knoten *E* entdeckt. Die Breitensuche besucht als Nächstes Knoten *C* und sieht daher keine neuen Knoten.



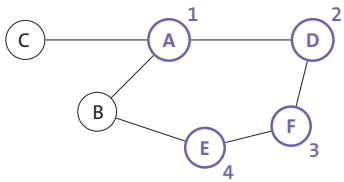
Besuchte Knoten: A, D, F
Gesehene Knoten: E, C, B



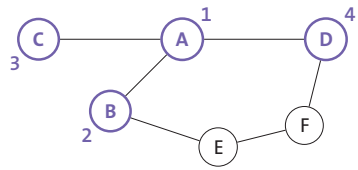
Besuchte Knoten: A, B, C
Gesehene Knoten: D, E

Abbildung 9.10 Da die Tiefensuche Knoten »F« besucht, entdeckt sie Knoten »E«. Die Breitensuche entdeckt keinen neuen Knoten, da »C« keine Nachbarn mehr hat.

Die Tiefensuche verfolgt weiter ihren Weg in die Tiefe und besucht *E* als Nächstes. Dadurch wird *B* erneut gesehen und vorn der Liste hinzugefügt. Die Breitensuche arbeitet nach wie vor die direkten Nachbarn von *A* ab und besucht daher *D*. Nun entdeckt auch sie Knoten *F*. Abbildung 9.11 zeigt den aktuellen Stand.



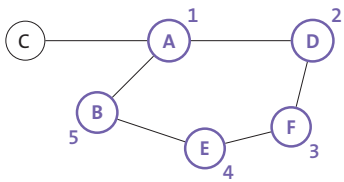
Besuchte Knoten: A, D, F, E
Gesehene Knoten: B, C, B



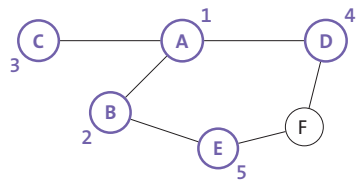
Besuchte Knoten: A, B, C, D
Gesehene Knoten: E, F

Abbildung 9.11 Die Tiefensuche besucht »E« als Nächstes und findet »B« erneut. Er wird daher der Liste doppelt hinzugefügt. Die Breitensuche findet Knoten »F«, da sie Knoten »D« besucht.

Die Tiefensuche besucht nun *B*. Damit beendet sie ihren Rundlauf, da Knoten *A* schon besucht wurde und deshalb nicht noch einmal der Liste hinzugefügt wird, wie auch Abbildung 9.12 zeigt. Die Breitensuche besucht als Nächstes Knoten *E* und sieht *F* ein zweites Mal. Knoten *F* wird daher erneut der Liste hinzugefügt.



Besuchte Knoten: A, D, F, E, B
Gesehene Knoten: C, B

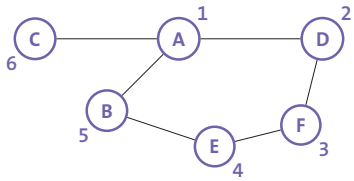


Besuchte Knoten: A, B, C, D, E
Gesehene Knoten: F, F

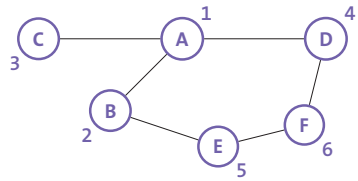
Abbildung 9.12 Die Tiefensuche beendet ihren Rundlauf, bei der Breitensuche fehlt nur noch Knoten »F«.

Die Tiefensuche besucht als Nächstes Knoten *C*. Bei der Breitensuche wird Knoten *F* besucht. Es wurden nun alle Knoten besucht, wie Sie in Abbildung 9.13 erkennen können.

Beide Suchverfahren arbeiten noch die restlichen Elemente in ihren Listen ab. Da diese Knoten aber alle schon besucht wurden, terminiert die Suche anschließend.



Besuchte Knoten: A, D, F, E, B, C
Gesehene Knoten: B



Besuchte Knoten: A, B, C, D, E, F
Gesehene Knoten: F

Abbildung 9.13 Beide Suchverfahren haben nun alle Knoten besucht. Die verbleibenden gesehenen Knoten sind alle schon besucht worden und werden daher verworfen.

9.5 Eigenschaften von Graphen

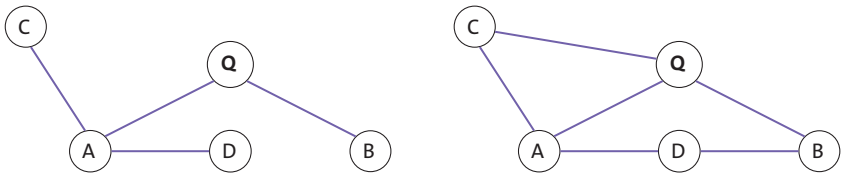


Abbildung 9.14 Zwei Graphen, die die Wasserversorgung von vier Städten zeigen. Die Quelle (»Q«) ist genauso wie die Städte durch einen Knoten repräsentiert. Die Kanten zwischen den Knoten sind Wasserleitungen zur Versorgung der Städte.

Wasser in unseren Städten sehen wir als etwas Selbstverständliches an. Damit aber tatsächlich Wasser in jedem Haushalt aus den Leitungen kommt, muss das Wasser von einer Quelle zu den Städten transportiert werden. Abbildung 9.14 zeigt zwei Varianten, wie vier Städte mit der Quelle verbunden sind und somit mit Wasser versorgt werden. Vergleichen Sie die beiden Versorgungsnetzwerke. In welchem der beiden Netzwerke gibt es Probleme, die das andere Netzwerk behoben hat?

Bäume und Zyklenfreiheit

Die linke Variante ist sehr anfällig für Versorgungsausfälle: Muss eine der Wasserleitungen gewartet werden oder fällt sie aus anderen Gründen aus, so sind einige der Städte von der Wasserversorgung abgeschnitten. Rechts gibt es selbst beim Ausfall einer Leitung immer noch mindestens einen anderen Weg, auf dem das Wasser von der Quelle zu den Städten transportiert werden kann.

Der linke Graph ist ein Baum. Bäume haben Sie bereits in Kapitel 7, »Suchen«, als Suchbäume kennengelernt. Typisch für Bäume ist, dass sie keine Kreise, auch *Zyklen* genannt, enthalten, also *zyklenfrei* sind.

Pfade und Kreise

In der Knobelei hatten wir bereits angesprochen, dass Knoten nicht nur direkt durch eine Kante verbunden sein können, sondern auch indirekt über mehrere Kanten. Eine solche Folge von Kanten, die zwei Knoten miteinander verbindet, nennt man *Pfad*. Beispielsweise gibt es zwischen der Quelle und der Stadt *D* im rechten Teil von Abbildung 9.14 mehrere Pfade. Einer der Pfade verläuft über Knoten *B* und ist zwei Kanten lang. Ein anderer Pfad verläuft über die Knoten *C* und *A* und ist somit drei Kanten lang. Endet ein Pfad im selben Knoten, in dem er begonnen hat, so nennt man diesen Pfad auch *Kreis*. Ist der Graph *gerichtet*, können die Kanten auch nur in die eine Richtung verwendet werden.

Für ein Versorgungsnetzwerk ist es ungünstig, wenn das Netzwerk wie ein Baum aufgebaut ist. Viele Algorithmen funktionieren dagegen auf Bäumen besonders gut. Beispielsweise ist es sehr einfach, den längsten Pfad in einem Baum zu finden, während diese Aufgabe auf allgemeinen Graphen sehr schwer zu lösen ist.

Zusammenhang

Wenn zwei Leitungen gleichzeitig ausfallen, garantiert jedoch keine der beiden Varianten aus Abbildung 9.14, dass alle Städte mit Wasser versorgt werden können, wie Abbildung 9.15 zeigt. In diesem Fall spricht man davon, dass der Graph nicht mehr *zusammenhängend* ist, da nicht mehr jeder Knoten von jedem anderen Knoten aus erreichbar ist. Stattdessen besteht er nun aus zwei Teilgraphen, die auch *Zusammenhangskomponenten* genannt werden. Diese Eigenschaft werden Sie später zur Lösung von Aufgabe 3 im Rahmen eines weiteren Beispiels aus der Praxis benötigen.

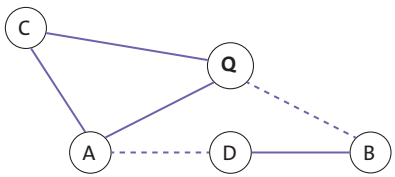


Abbildung 9.15 Zwei der Wasserleitungen sind ausgefallen. Die Städte »B« und »D« sind daher von der Versorgung abgeschnitten. Der Graph ist nun nicht mehr zusammenhängend.

Eulersche Graphen

Damit die Wasserleitungen nicht ausfallen, müssen sie regelmäßig von einem Roboter gewartet werden. Ein solcher Roboter wird in die Wasserleitungen hineingelassen und fährt sie daraufhin alle ab. Damit die Wartung so kurz wie möglich dauert, soll der Roboter keine Leitung doppelt befahren müssen. Gibt es in dem Netzwerk einen Pfad, der jede Kante genau einmal enthält?

Glücklicherweise lässt sich diese Eigenschaft sehr leicht überprüfen. Ein solcher Pfad wird auch *Eulerweg* genannt und existiert genau dann, wenn der Graph zusammenhängend ist und alle bis auf zwei Knoten einen geraden Knotengrad haben, also mit einer geraden Anzahl an Nachbarn verbunden sind. Die beiden anderen Knoten können entweder beide eine ungerade Anzahl an verbundenen Kanten haben oder beide eine gerade Anzahl.

Das Wasserversorgungsnetzwerk rechts in Abbildung 9.14 erfüllt diese Bedingung. Alle Knoten haben eine gerade Anzahl an verbundenen Kanten, bis auf die Knoten A und Q. Die Knoten A und Q sind daher die Start- und Endknoten des Pfades. Ein gültiger Eulerweg, bei dem jede Kante genau einmal befahren wird, wäre zum Beispiel:

$A \to C \to Q \to A \to D \to B \to Q$

Der Roboter kann also sehr schnell das ganze Netzwerk warten, weil er dabei keine Leitung doppelt befahren muss.

Übrigens: Wenn ein Eulerweg auf demselben Knoten endet, auf dem er gestartet ist, spricht man von einem *Eulerkreis*. Einen Eulerkreis kann es aber nur geben, wenn wirklich alle Knoten einen geraden Knotengrad haben. Zum Finden eines Eulerkreises benutzt man zum Beispiel eine erweiterte Tiefensuche. Ein Graph, in dem ein Eulerkreis existiert, wird auch als *eulerscher Graph* bezeichnet.

Planarität

Das Netzwerk soll nun erweitert werden, um noch ausfallsicherer zu werden. Daher planen wir, die Stadt D auch direkt mit der Quelle Q zu verbinden und außerdem mit Direktleitungen A und B, B und C sowie C und D zu verbinden. Das daraus resultierende Netzwerk ist in Abbildung 9.16 dargestellt.

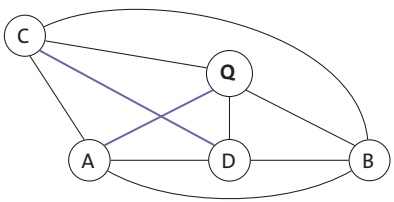


Abbildung 9.16 Im erweiterten Netzwerk überschneiden sich zwei Leitungen.

Nun gibt es in diesem neuen Plan ein Problem: Zwei Wasserleitungen überschneiden sich, und solche Überschneidungen bedeuten Zusatzaufwand. Versuchen Sie einmal, den Planern zu helfen und eine Anordnung derselben Kanten zu finden, die ohne Überschneidungen auskommt! Sie werden feststellen, dass dies nicht möglich ist. Der Graph in Abbildung 9.16 ist daher nicht *planar*, da nicht alle Kanten überschneidungsfrei gezeichnet werden können.

Für dieses Beispiel der Wasserversorgung bedeutet ein nicht planarer Graph, dass es nicht möglich ist, alle Leitungen zu verlegen, ohne dass sich zwei überschneiden. Aber auch in anderen Bereichen wie der Kartografie ist diese Eigenschaft wichtig. Ist ein Graph planar, lassen sich dessen Knoten mit vier verschiedenen Farben einfärben, ohne dass zwei benachbarte Knoten die gleiche Farbe haben. Das ist zum Beispiel nützlich bei der Gestaltung von Landkarten. Wählt man dort die Staaten als Knoten und verbindet benachbarte Staaten mittels Kanten, erhält man einen planaren Graphen und kann deshalb jede Landkarte mit nur vier Farben komplett einfärben.

9.6 Zusammenfassung und Einordnung

In diesem Kapitel haben Sie Graphen kennengelernt, eine Datenstruktur, die sich sehr gut eignet, um Beziehungen zwischen Objekten darzustellen. Graphen können auf verschiedene Arten erweitert werden; wir haben im Speziellen gewichtete und gerichtete Graphen betrachtet. Außerdem haben Sie anhand eines Wassernetzwerks einige der wichtigsten Eigenschaften von Graphen näher untersucht. Mit der Tiefen- und der Breitensuche kennen Sie nun zwei Standardalgorithmen, mit denen Graphen durchsucht werden können. Diese beiden Algorithmen besuchen die Knoten eines Graphen in unterschiedlicher Reihenfolge, da sie verschiedene Datenstrukturen für die Verwaltung der noch abzuarbeitenden Knoten verwenden.

Die Anwendungsfälle für Graphen sind breit gefächert. Beispielsweise speichern Navigationsgeräte alle Städte und Straßen als Graphen ab. Dank fortgeschrittener Algorithmen, wie zum Beispiel des Algorithmus von Dijkstra zum Finden kürzester Wege, ist es dann möglich, Ihnen beim Autofahren die kürzeste Route vorzuschlagen. Der Algorithmus von Dijkstra basiert genauso wie viele andere Algorithmen im Bereich der Graphen auf den vorgestellten Suchverfahren. Auch in der Softwareentwicklung müssen regelmäßig Graphenprobleme gelöst werden. So lassen sich die Abhängigkeiten eines Softwareprojektes genauso wie die Abhängigkeiten der Kleidungsstücke in der Knobelei darstellen – das trifft im Übrigen auf jeden Prozess zu. Um herauszufinden, in welcher Reihenfolge Aufgaben erledigt werden müssen, können Sie genau wie in der Knobelei die topologische Sortierung verwenden.

9.7 Aufgaben

Aufgabe 1: Eigenschaften von Graphen

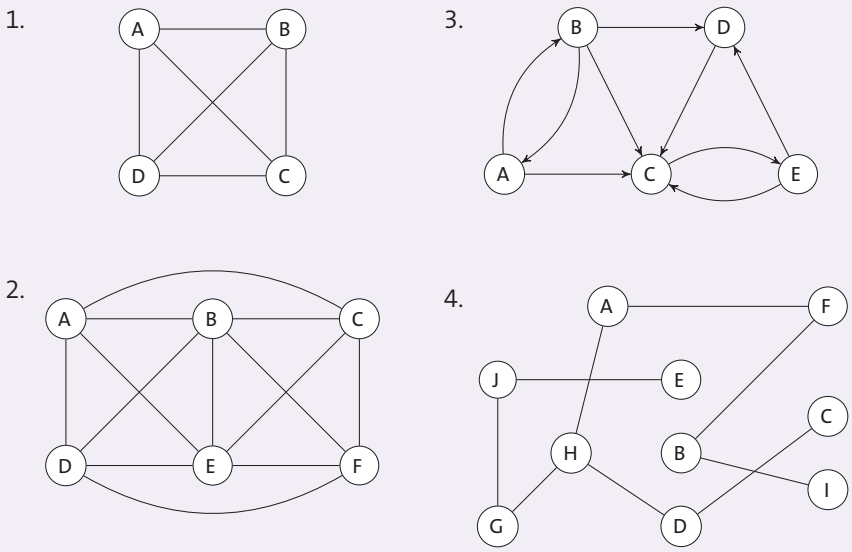


Abbildung 9.17 Welche Eigenschaften haben diese vier Graphen?

Schauen Sie sich die vier Graphen in Abbildung 9.17 an. Welche der folgenden Eigenschaften haben die Graphen?

- Ist der Graph planar?
- Ist der Graph zyklenfrei?

Sollte der Graph ungerichtet sein:

- Lässt sich ein Eulerweg oder ein Eulerkreis finden?
- Ist er zusammenhängend?

Aufgabe 2: Suchen in Graphen

Betrachten Sie erneut den Graphen zu den Freundschaften der Schulklasse aus Abbildung 9.6. Können Sie die folgenden Fragen zu diesem Graphen beantworten?

a) Wie viele Schritte sind mit der Tiefensuche mindestens notwendig, um von Mandy zu Dominik zu finden? Wie viele Schritte dauert es mit der Breitensuche mindestens?

b) Lässt sich mit diesen Aussagen eine generelle Aussage darüber treffen, welche der beiden Suchen schneller den gewünschten Knoten findet?

Aufgabe 3: Graphmodellierung

Brynay ist ein kleines Land weit entfernt von Deutschland. In Brynay gibt es zehn Städte, die mit einem Straßennetz verbunden sind. Die Straßen in Brynay sind in der Regel in beide Richtungen befahrbar, außer einige Straßen in den Bergen und sobald Baustellen auftreten.

Ganz im Westen liegt die Stadt Cerer. Sie ist über eine 90 km lange Straße mit der etwas nördlicher liegenden Stadt Omyr verbunden. Von Omyr führt eine 140 km lange Straße in die Berge nach Hatan. Da diese Straße sehr schmal ist, kann man sie nur von Omyr nach Hatan befahren. Von Hatan kommt man, ebenfalls nur über eine einseitig befahrbare 60 km lange Straße, nach Taisul. Taisul ist außerdem über eine 75 km lange Straße mit Omyr verbunden.

Die Stadt Taisul ist über eine 300 km lange Straße mit der Stadt Nallar verbunden. Nallar hat eine 172 km lange Anbindung an die sehr zentral liegende Stadt Dium. Von Dium führt eine 180 km lange Straße in den Norden nach Omyr und eine 200 km lange Straße in den Westen nach Ustria. Auf der Strecke nach Omyr befindet sich eine Baustelle, weshalb man nur von Omyr nach Dium fahren kann. Normalerweise kommt man auch über eine 112 km lange Straße von Ustria nach Cerer, jedoch gibt es dort aktuell ebenfalls eine Baustelle, weshalb man zurzeit nur von Cerer nach Ustria fahren kann.

Von Ustria geht es in die südliche Küstenregion, und zwar zur 81 km entfernten Stadt Baw. 108 Kilometer weiter im Osten liegt Ritson, das über eine Straße von Baw zu erreichen ist. Aus Ritson heraus führt wiederum eine Straße nach Nallar, die 175 Kilometer lang ist. Diese Straße ist jedoch gerade aufgrund einer Baustelle nur von Nallar nach Ritson befahrbar. Ritson ist außerdem die einzige Möglichkeit, zum etwas nördlicher liegenden Isot zu kommen; die Strecke ist 90 Kilometer lang.

Bitte entwerfen Sie eine Landkarte von Brynay. Zeichnen Sie in diese außerdem die Distanzen zwischen den benachbarten Städten. Versuchen Sie, mithilfe dieser Karte die folgenden Fragen zu beantworten:

a) Ist der Graph zusammenhängend und planar?

b) Wie weit ist die kürzeste Strecke von Hatan nach Isot? Ist es von Isot nach Hatan genauso weit?

c) Angenommen, zwei Autos fahren gleichzeitig mit der gleichen Geschwindigkeit in Ritson los. Das eine Auto möchte nach Omyr, das andere nach Taisul. Welches der Autos kommt eher an seinem Ziel an?

d) Welche Straßen dürfen nicht durch Bauarbeiten vollständig blockiert werden, weil der Graph dann nicht mehr zusammenhängend wäre und deshalb Städte nicht mehr erreicht werden könnten?

9.8 Lösungen

Aufgabe 1: Eigenschaften von Graphen

Tabelle 9.1 zeigt, welche Eigenschaften welcher Graph erfüllt. Je nachdem, ob der Graph gerichtet oder ungerichtet ist, wurden bestimmte Zusammenhangseigenschaften in der Tabelle ausgelassen.

Eigenschaft	Graph 1	Graph 2	Graph 3	Graph 4
Planarität	✓	×	✓	✓
Zyklenfreiheit	×	×	×	✓
Zusammenhang	✓	✓	–	✓
Eulerweg	×	✓	–	×
Eulerkreis	×	×	–	×

Tabelle 9.1 Die Eigenschaften der Graphen. Nicht relevante Eigenschaften sind ausgelassen.

Wir möchten gerne einige Erklärungen zum Ergebnis hinzufügen:

- Der erste Graph ist planar, weil man eine der Kanten auch außenherum zeichnen kann. Somit überschneiden sich keine Kanten mehr. Da alle Knoten eine ungerade Anzahl an Kanten haben, lässt sich kein Eulerweg und somit auch kein Eulerkreis finden.
- Aufgrund der beiden langen Kanten ist der zweite Graph nicht mehr planar. Da zwei Knoten eine ungerade Anzahl an Kanten haben, lässt sich zwar ein Eulerweg, aber kein Eulerkreis finden.
- Der dritte Graph ist gerichtet, und da wir in diesem Buch nicht gezeigt haben, wie die drei Eigenschaften Eulerweg, Eulerkreis und Zusammenhang auf gerichteten Graphen definiert sind, haben wir diese Zellen leer gelassen. Diese Eigenschaften lassen sich aber auch für gerichtete Graphen definieren, wie Sie auf der Website zum Buch nachlesen können.

- Der vierte Graph ist ein Baum, da er zusammenhängend und zyklenfrei ist. Er ist zwar in diesem Fall nicht planar gezeichnet, da es sich jedoch um einen Baum handelt, ist dies einfach möglich.

Aufgabe 2: Suchen in Graphen

a) Die Tiefensuche benötigt mindestens 3 Schritte. Dieser Fall tritt ein, wenn die Speicherung der Knoten so aussieht, dass die Tiefensuche im ersten Schritt Frank besucht, anschließend Jennifer und am Ende Dominik. Die Breitensuche hingegen braucht mindestens 12 Schritte. Auch dieser Fall ist abhängig von der Speicherung der Knoten. Im ersten Schritt muss die Breitensuche Frank besuchen. Damit werden dessen Nachbarn der gesehenen Liste hinzugefügt, wobei Jennifer die Erste sein muss, die dieser Liste hinzugefügt wird. Jennifer wird jedoch erst besucht, wenn alle weiteren direkten Nachbarn von Mandy besucht wurden. Wenn Jennifer besucht wird, muss ebenfalls Dominik als Erster zur Liste der gesehenen Knoten hinzugefügt werden. Auch in diesem Fall müssen aber erst alle anderen Nachbarn von Frank abgearbeitet werden.

b) Auch wenn in diesem Beispiel die Tiefensuche wesentlich weniger Schritte benötigt hat als die Breitensuche, lässt sich daraus nicht generell schließen, dass die Tiefensuche einen Knoten schneller findet als die Breitensuche. Ein einfaches Gegenbeispiel zeigt dies: Nehmen wir an, die Speicherung ist genauso wie vorhin und die Tiefensuche besucht nach Frank die Knoten Jennifer und Dominik; gesucht wird aber ein anderer direkter Nachbar von Mandy, zum Beispiel Samira. Dann ist die Tiefensuche bereits ganz tief im Graphen, während der gesuchte Knoten recht nah an Mandy liegt und von der Breitensuche schon im zweiten Schritt gefunden werden kann.

   Generell trifft man im Vergleich der Tiefen- zur Breitensuche die Aussage, dass die Tiefensuche einen Knoten vermutlich schneller besucht, wenn dieser weit vom Startknoten entfernt liegt, während die Breitensuche eher naheliegende Knoten schneller findet. Letztendlich hängt aber die genaue Anzahl der Schritte von der Speicherung des Graphen ab und somit von der Reihenfolge, in der die Knoten gesehen und besucht werden.

Aufgabe 3: Graphmodellierung

In Abbildung 9.18 sehen Sie die Landkarte von Brynay. Ebenfalls darin eingezeichnet sind die Distanzen zwischen den Städten. Die Baustellen und nur in eine Richtung befahrbaren Straßen werden mit gerichteten Kanten dargestellt. Dagegen stehen ungerichtete Kanten stellvertretend für beidseitig befahrbare Straßen und somit für zwei gerichtete Kanten. Wir können in der Abbildung diese beiden Kantentypen mischen, um den Graphen übersichtlicher zu gestalten.

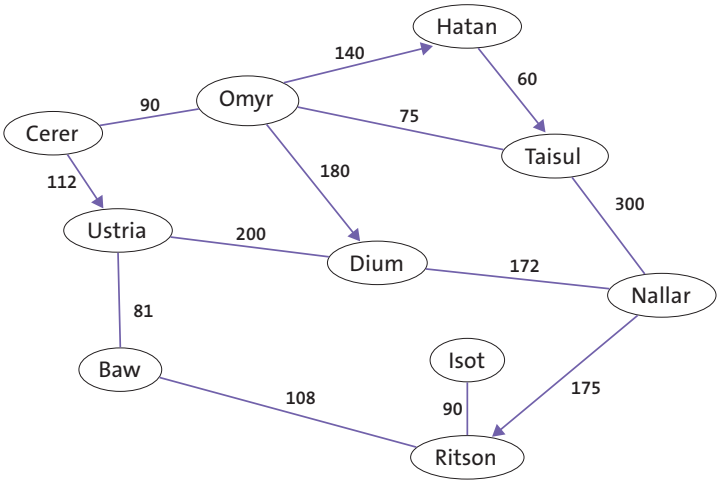


Abbildung 9.18 Die Landkarte von Brynay

a) Der Graph der Städte ist zusammenhängend, da von jeder Stadt aus jede andere Stadt erreicht werden kann. Selbst die entlegenen Städte wie Hatan oder Isot kann man sowohl erreichen als auch wieder verlassen. Da es viele beidseitig befahrbare Straßen gibt, ist es einfach, den Zusammenhang festzustellen. Außerdem ist dieser Graph bereits planar gezeichnet.

b) Die kürzeste Strecke von Hatan nach Isot ist 616 Kilometer lang. Sie führt über Taisul, Omyr, Cerer, Ustria, Baw und Ritson. Aufgrund einiger Baustellen ist die kürzeste Strecke in die andere Richtung leider 1166 Kilometer lang. Sie führt von Isot über Ritson, Baw, Ustria, Dium, Nallar, Taisul und Omyr nach Hatan.

c) Das Auto nach Taisul ist eher am Ziel als das Auto nach Omyr. Das Auto nach Omyr muss sogar über Taisul fahren. Wäre eine der Baustellen zwischen Cerer und Ustria beziehungsweise zwischen Omyr und Dium fertig, wäre das Auto nach Omyr schneller am Ziel. Für die Baustelle zwischen Nallar und Ritson gilt das Gegenteil. Das Auto nach Omyr würde nicht schneller am Ziel ankommen.

d) Die Straßen, die Hatan und Isot mit den anderen Städten verbinden, dürfen nicht bebaut werden, da diese Städte sonst nicht mehr erreichbar wären oder man von Hatan nicht mehr wegkönnte. Bei der aktuellen Baustellensituation gibt es aber noch mehr kritische Straßen: Käme beispielsweise eine Baustelle auf der Strecke von Taisul nach Omyr (in dieser Richtung) hinzu, könnte man aus den meisten Städten nicht mehr nach Omyr und Cerer fahren. Umgekehrt darf auch die Strecke von Baw nach Ustria nicht blockiert werden, weil man dann aus Baw, Ritson und Isot nicht mehr den Rest des Landes erreichen könnte.

Kapitel 14

Computer

In diesem Kapitel möchten wir uns einem Kernstück der Informatik widmen, dem Computer. Diesen werden Sie von der technischen Seite kennenlernen. Dazu werden Sie sich durch die verschiedenen Abstraktionsebenen von logischen Schaltungen über die Architektur von Computern bis hin zu fortgeschrittenen Themen wie virtuellen Maschinen hocharbeiten.

14.1 Addieren auf der Hardware-Ebene

Knobelei zum Einstieg

Addieren ist eine Operation, die uns bereits früh in der Schule beigebracht wird. Leider sind Computer nicht in der Lage, Zahlen im uns gewohnten Dezimalsystem direkt im Speicher darzustellen oder zu verarbeiten. In Kapitel 2, »Zahlen und Kodierungen«, haben Sie gelernt, dass dafür stattdessen Binärzahlen verwendet werden. Wir möchten daher betrachten, wie Computer eine grundlegende Operation, die Addition von Binärzahlen, umsetzen. Anschließend arbeiten wir uns schrittweise zu größeren, komplexeren Funktionen hoch, für die wir auf zuvor entwickelte Techniken zurückgreifen können.

Für den Moment wollen wir uns erst einmal auf das Addieren von zwei 1-Bit-Zahlen beschränken. Füllen Sie dafür in einem ersten Schritt Tabelle 14.1 aus. In der Tabelle kommt jede mögliche Kombination der beiden Binärzahlen x und y vor. Einen eventuell auftretenden Übertrag können Sie hier erst einmal ignorieren, das Ergebnis ist also auch wieder nur ein Bit lang.

x	y	$x + y$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Tabelle 14.1 Zum Ausfüllen: die Addition von zwei 1-Bit-Zahlen

Ein Computer kennt den Additionsoperator + jedoch gar nicht, sondern arbeitet nur mit logischen Ausdrücken. Einige logische Operatoren (UND, ODER, NICHT) haben Sie bereits in Kapitel 1, »Algorithmen«, kennengelernt. Wie können Sie die Addition von zwei 1-Bit-Zahlen als logischen Ausdruck darstellen, wenn Sie x und y als Eingaben bekommen?

Wenn Sie alles richtig gemacht haben, tauchen in der rechten Spalte zwei Nullen und zwei Einsen auf. 0 und 0 addiert ergibt 0. Ist der Wert einer der beiden Variablen 1, ist das Ergebnis ebenfalls 1. Im letzten Fall, wenn beide Variablen 1 sind, ist das Ergebnis wieder 0 – eigentlich wäre es 10_2, aber die 1 ist der Übertrag, den wir vorerst ignorieren. Das Ergebnis ist also nur dann 1, wenn genau eine der beiden Variablen 1 ist. Die logische Formel können wir also aus zwei Fällen zusammensetzen. In einem Fall ist $x = 1$ und $y = 0$, und die dazu passende logische Formel, die aus einer UND- und einer NICHT-Operation besteht, lautet $x \wedge \neg y$. Analog ist im zweiten Fall $x = 0$ und $y = 1$, dargestellt als $\neg x \wedge y$. Das Ergebnis von $x + y$

ist genau dann 1, wenn eine der beiden Formeln 1 ist. Um eine logische Formel für die gesamte Addition zu formulieren, müssen Sie also nur noch die beiden Teilausdrücke mit einem ODER verknüpfen:

$(x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)$

Abstraktionsschichten

Ein Grundprinzip der Informatik ist, kleine Probleme zu lösen, die Lösungen als neue Grundlage anzusehen und so Stück für Stück von den untersten Schichten zu abstrahieren. Jede neue Schicht bringt den Vorteil, dass die darunterliegende Schicht verändert werden kann, ohne dass darüberliegende Schichten angepasst werden müssen. Außerdem wird so sehr komplexe Logik durch einfache Befehle verfügbar gemacht.

In diesem Kapitel werden wir uns durch die verschiedenen Abstraktionsschichten des Computers arbeiten. Beginnen wir diese Reise durch die Schichten mit logischen Schaltungen.

14.2 Logische Schaltungen

Solche logischen Formeln bilden die Grundlage aller komplexen Berechnungen in einem Computer. In *Prozessoren* werden diese als *logische Schaltungen* umgesetzt. Jeder Operator wird in so einer Schaltung durch einen Baustein realisiert, der *Gatter* genannt wird. Die Gatter selbst bestehen aus *Transistoren*. Im Fall von Computern sind dies vereinfacht gesagt winzige elektronisch gesteuerte Ein-Aus-Schalter. Aus sechs dieser Transistoren lässt sich beispielsweise ein UND-Gatter bauen. Jedes Gatter hat einen oder mehrere Eingänge und in der Regel einen Ausgang. Diese Ein- und Ausgänge werden mit Leiterbahnen verknüpft, um die gesamte Schaltung zu implementieren.

In echten Prozessoren wird für gewöhnlich keine Trennung in Gatter mehr vorgenommen, stattdessen werden direkt Transistoren und andere Bauteile in *integrierten Schaltkreisen* verarbeitet. Ein Prozessor enthält teils mehrere Milliarden dieser wenige Nanometer großen Bausteine. Auch wenn die Fertigungstechnik anders aussieht, so ist die Funktionsweise doch gleich geblieben, weshalb wir uns im Folgenden trotzdem mit Verschaltungen von Gattern beschäftigen werden.

Für jeden logischen Operator gibt es ein entsprechendes Gatter, das in Schaltplänen mit einem Symbol dargestellt wird. In Tabelle 14.2 sehen Sie eine Übersicht mit den drei angesprochenen logischen Operatoren und den zugehörigen Schaltsymbolen. Die Eingänge der

Symbole sind jeweils links, der Ausgang ist rechts als Linie eingezeichnet. Die Beschriftung der Symbole ist an die Bedeutung der Operatoren angelehnt. Kleine weiße Kreise hinter einem Symbol verdeutlichen, dass das Ergebnis negiert wird.

Logischer Operator	In Formeln	In Schaltplänen
NICHT	¬	
ODER	∨	
UND	∧	

Tabelle 14.2 Die logischen Operatoren und ihre Symbole in Formeln und Schaltplänen

Können Sie mithilfe dieser Symbole einen Schaltplan für die Knobelei anfertigen?

Die Knobelei als Schaltplan

Ihr Schaltplan für die einfache Addition aus der Knobelei sollte etwa so wie in Abbildung 14.1 aussehen. Die Schaltung besteht aus den beiden UND-Gattern, die jeweils einen (möglicherweise negierten) Wert von *x* und *y* als Eingaben bekommen. Das Ergebnis beider Gatter wird mit einem ODER-Gatter vereinigt.

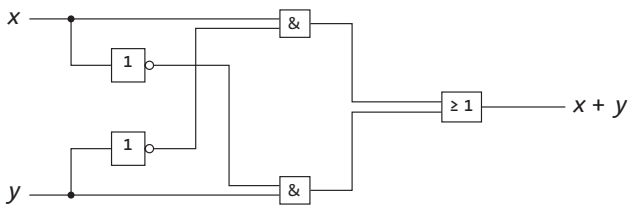


Abbildung 14.1 Die einfache Addition von zwei 1-Bit-Zahlen ohne den Übertrag als Schaltplan

Bisher haben wir den Übertrag der Addition immer ignoriert. Damit die Addition jedoch vollständig wird, müssen wir ihn noch hinzufügen. Schauen Sie sich noch einmal Tabelle 14.1 in der Knobelei an. Wann kommt es zu einem Übertrag?

Ein Übertrag kommt nur in dem Fall zustande, dass *x* und *y* beide 1 sind. Die logische Formel für den Übertrag (englisch *carry*, daher üblicherweise mit *c* benannt), ist also $c = x \wedge y$. Der Übertrag kann also mit einem einzigen weiteren Gatter realisiert werden. Abbildung 14.2 zeigt den Schaltplan für die Addition inklusive eines weiteren Ausgangs für den Übertrag *c*. Diese Schaltung wird auch als *Halbaddierer* bezeichnet.

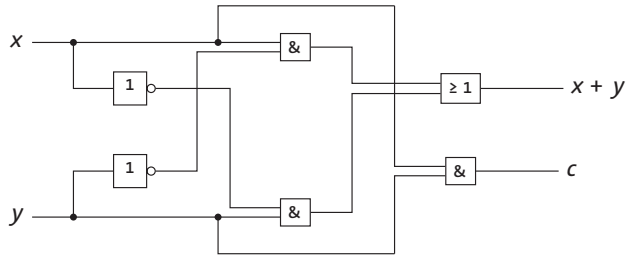


Abbildung 14.2 Die einfache Addition zweier 1-Bit-Zahlen mit Übertrag als Schaltplan

Exklusives ODER

Neben den bereits häufiger verwendeten logischen Operatoren bietet sich in Schaltplänen insbesondere das *exklusive ODER* an, das auch *XOR* genannt wird. Es entspricht dem »entweder ... oder« der deutschen Sprache. Entsprechend ist x XOR y dann wahr, wenn entweder x oder y wahr ist. Im Gegensatz zum normalen ODER ist das Ergebnis jedoch falsch, wenn beide Variablen wahr sind (Tabelle 14.3).

x	y	$x \otimes y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabelle 14.3 Die Wahrheitstabelle für das exklusive ODER

In logischen Formeln wird oft das Symbol $x \otimes y$ verwendet, jedoch wird auch vereinzelt das Symbol $x \veebar y$ benutzt. Wie in Abbildung 14.1 gezeigt, ähnelt das Schaltsymbol des XOR sehr dem normalen ODER.

Abbildung 14.3 Das Symbol des exklusiven ODERs in Schaltplänen

Einen wichtigen Anwendungsfall für das exklusive ODER haben wir bereits weiter oben im Kapitel betrachtet. Die einfache Addition (ohne Übertrag) von zwei 1-Bit-Zahlen kann auch mit einem exklusiven ODER realisiert werden:

$x + y = x \otimes y$

In Aufgabe 1 sollen Sie auf diese Weise den Addierer weiterentwickeln.

Algorithmen als logische Schaltungen

Einige Algorithmen sind in heutigen Computern bereits als logische Schaltungen umgesetzt. Da diese *fest verdrahtet* sind und somit nicht mehr nachträglich geändert werden können, geht es hier nur um sehr grundlegende Algorithmen. Zu diesen Algorithmen gehören insbesondere die Befehle des Prozessors, die wir im nächsten Abschnitt genauer beleuchten werden. Die Addition von Binärzahlen ist beispielsweise ein solcher Befehl, genauso wie das Bewegen von Speicherwerten. Auf modernen Prozessoren werden aber unter anderem Algorithmen für Kryptografie, Netzwerkkommunikation, 3D-Anzeigen oder Videowiedergabe bereitgestellt, weil diese oft verwendet werden und um Größenordnungen schneller laufen, wenn sie in Hardware umgesetzt sind als wenn sie in Software implementiert werden.

14.3 Hardware-Komponenten und ihr Zusammenspiel

Die bisher besprochenen Bausteine spielen alle eine wichtige Rolle für die nächste Abstraktionsschicht. Viele Transistoren zusammengefasst, bilden den Hauptprozessor (*CPU*, kurz für *Central Processing Unit*) eines Computers. Solche Computerbauteile werden auch *Hardware-Komponenten* genannt. Die CPU besteht grundlegend aus einem *Steuerwerk* und einem *Rechenwerk*. Ersteres steuert das Rechenwerk und organisiert dabei, welche Befehle das Rechenwerk als Nächstes ausführen soll, und es sorgt dafür, dass die dafür benötigten Daten bereitstehen. Das Rechenwerk führt dann die tatsächlichen Befehle aus. Die Addition als Beispiel für einen solchen Befehl haben wir bereits im vorherigen Abschnitt vorgestellt. Was mit dem Ergebnis des Rechenwerks passiert, verwaltet dann wieder das Steuerwerk. Zwar ist die CPU das Kernstück eines Computers, jedoch gibt es natürlich noch weitere Bauteile. Die Komponenten des Computers bestehen wieder aus Schaltungen, die jedoch deutlich komplexer sind als die Schaltung aus Abbildung 14.1.

Spezialisierte Prozessoren

Der Hauptprozessor fasst viele Schaltungen zusammen, die sich mit der allgemeinen Steuerung des Computers und der generellen Datenverarbeitung befassen. Schaltungen für spezialisiertere Aufgaben sind häufig separat in Form sogenannter *Coprozessoren* verbaut. Das bekannteste Beispiel sind *Grafikkarten* mit ihren speziellen *Grafikprozessoren*, die sich neben der Verarbeitung von Bilddaten auch besonders gut für die Ausführung vieler paralleler Berechnungen gleichzeitig eignen. Seit wenigen Jahren werden zudem mehr und mehr Geräte mit Coprozessoren ausgestattet, die besonders effizient Berechnungsaufgaben im Bereich der künstlichen Intelligenz (siehe Kapitel 13) erledigen können.

Die besten Ergebnisse einer Befehlsausführung auf dem Prozessor haben keinen Nutzen, wenn sie nicht anschließend gespeichert und wiederverwendet werden können. Dafür sind die verschiedenen *Speicher* eines Computers zuständig. Diese sind aus Sicht des Prozessors unterschiedlich schnell erreichbar und haben auch unterschiedliche Größen. Leider gilt dabei, dass die Speicher, die sehr nahe am Prozessor und somit sehr schnell sind, auch die teuersten und deshalb kleinsten Speicher sind. Die Abbildung 14.4 zeigt, welche Speicher es häufig in einem Computer gibt.

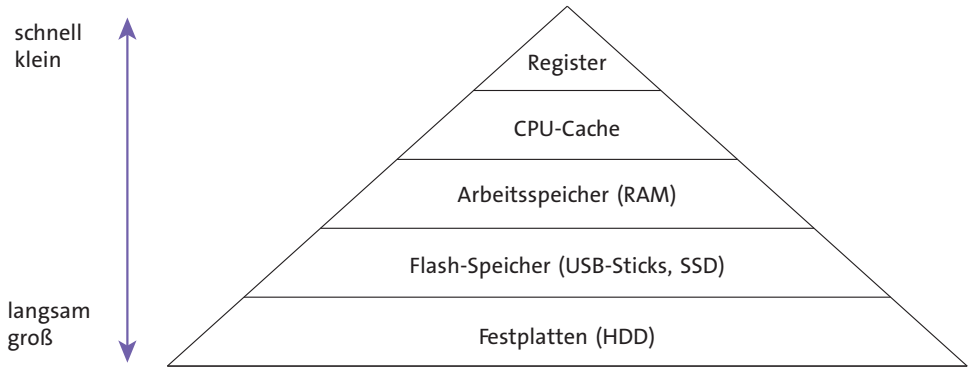


Abbildung 14.4 Die verschiedenen Speichertypen eines Computers. Je weiter oben sie stehen, desto schneller, aber auch kleiner sind sie.

Im Speicher des Computers sind neben vielen Daten und den Ergebnissen von Berechnungen auch die Befehle aller Programme gespeichert. Computer speichern also Befehle der Programme und Daten im selben Speicher. Aktuell benötigte Befehle und Daten werden dabei soweit möglich vom langsamen Festplattenspeicher auf schnellere Speicher übertragen und liegen deshalb größtenteils im *Arbeitsspeicher* (*RAM*, kurz für *Random-Access Memory*). Dort werden sie vom Prozessor in der Reihenfolge abgearbeitet, in der sie im Speicher liegen. Ein *Programmzähler* zeigt auf den Befehl, der als Nächstes abgearbeitet werden soll. Im Fall von Bedingungen, Schleifen und Funktionsaufrufen wird dieser Programmzähler abhängig von der Auswertung der Bedingungen oder dem Ort, an dem die Funktion steht, an die Stelle der auszuführenden Befehle verschoben. Die Befehle selbst geben an, welche Daten benötigt werden, wo diese Daten zu finden sind und wie sie verarbeitet werden müssen.

Der Prozessor und die Speicher kommunizieren über einen sogenannten *Bus*, eine Verbindung, über die Daten und Befehle versendet werden können. Jede Komponente im Computer ist über einen Bus mit dem Prozessor verbunden. Wichtige Kernkomponenten wie der Arbeitsspeicher liegen möglichst dicht am Prozessor, da im Computer tatsächlich schon die Entfernung von den Komponenten zueinander die Geschwindigkeit der Kommunikation zwischen ihnen limitiert. Weitere, insbesondere externe Komponenten sind ebenfalls am

Bus angeschlossen, jedoch weiter entfernt. Dazu gehören Eingabegeräte wie die Tastatur und die Maus, aber auch Ausgabegeräte wie Monitore, Soundkarten und Drucker. In Abbildung 14.5 ist der Aufbau eines Computers schematisch dargestellt.

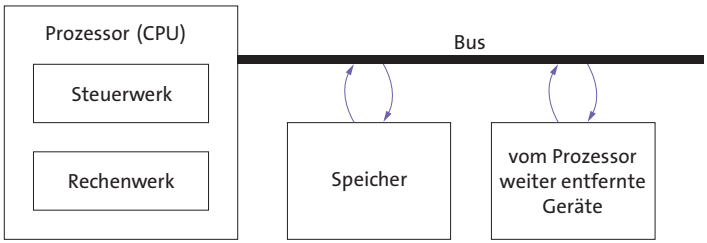


Abbildung 14.5 Die Hardware-Komponenten eines Computers und ihre Verbindung

Diese Architektur des Computers ist schon sehr alt. Sie wurde erstmals im Jahr 1945 vom US-amerikanischen Mathematiker John von Neumann vorgestellt, weshalb die gerade beschriebene Architektur auch *Von-Neumann-Architektur* heißt. Trotz des für die Informatik sehr hohen Alters sind die meisten Computer, Smartphones und andere elektronische Geräte nach diesem Prinzip aufgebaut.

Der Von-Neumann-Flaschenhals

Alle Geräte über einen Bus anzuschließen, hat einen Nachteil: Alle Befehle und Daten müssen über diesen Bus transportiert werden, wobei es ähnlich wie bei einer kleinen Tür, durch die viele Menschen wollen, zu einem Stau kommen kann. In heutigen Computern kommt es daher vor, dass die Prozessoren und auch die Speicher wesentlich schneller sind als der Bus. Damit beide Komponenten nicht immer auf den Bus warten müssen, haben Prozessoren eigene kleine Speicher. Ein solcher *Prozessorcache* ist extrem schnell und für den Prozessor direkt erreichbar. Zwischenergebnisse werden deshalb nicht erst über den Bus verschickt, sondern direkt im Cache hinterlegt. Auch fragt das Steuerwerk bereits nach dem nächsten Befehl, während das Rechenwerk noch rechnet, und legt ihn im Cache bereit.

Damals revolutionär war vor allem, dass es möglich wurde, mit demselben Computer unterschiedlichen, veränderbaren Code auszuführen, weil Programmcode und Daten im selben Speicher liegen. Vorher waren die Funktionen des Computers in die Hardware »gegossen« und konnten somit nur durch einen Eingriff in die Hardware verändert oder durch separat eingegebene Programme angesteuert werden. Mit der Von-Neumann-Architektur war es möglich, neu programmierbare Computer zu entwerfen, deren Programme selbst auch wieder Programme als Ausgabe haben können.

Programme bestehen aus hardwarespezifischem Maschinencode. Die Befehle, die verwendet werden können, entsprechen genau denjenigen, die der Prozessor zur Verfügung stellt. Ein Entwickler muss also genau wissen, auf welchem Prozessortyp ein solcher Algorithmus ausgeführt werden soll, denn jeder Prozessor unterstützt verschiedene Befehle, die in Befehlslisten aufgeführt sind.

Jeder Befehl hat eine bestimmte Nummer, die das Rechenwerk auswerten kann. Damit sich ein Entwickler nicht alle diese Nummern merken muss, wurde der *Assemblercode* entwickelt, der für Menschen verständlichere Wörter direkt auf diesen sogenannten *Maschinencode* abbildet. In Abbildung 14.6 sehen Sie links ein einfaches Assemblerprogramm. Dieses Programm addiert die drei hexadezimalen Zahlen 0x3, 0x5 und 0xA, indem es sie erst in die *Register X*, *Y* und *Z* schreibt und anschließend die Register addiert. Ein Register ist ein kleiner Speicherplatz im Prozessor.

```
1 MOV X, 0x3
2 MOV Y, 0x5
3 MOV Z, 0xA
4 ADD Y, X
5 ADD Z, Y
```

```
1 0110 0000 0011
2 0110 0001 0101
3 0110 0010 1010
4 1010 0001 0000
5 1010 0010 0001
```

Abbildung 14.6 Die Addition dreier Zahlen – links in Form von Assemblercode, rechts der übersetzte Maschinencode

In der Abbildung steht rechts der übersetzte Maschinencode der jeweiligen Zeile. Jeder Befehl hat eine Entsprechung als Zahl. Der Assemblerbefehl `MOV` steht beispielsweise für die Zahl 0110_2 (6), während der Befehl `ADD` die Zahl 1010_2 (10) repräsentiert. Beide Zahlen sind die Befehlsnummern der entsprechenden Befehle. Genauso ist auch jedem Register eine Zahl zugewiesen. Das Ergebnis befindet sich im Register *Z*, weil der `ADD`-Befehl das Ergebnis im ersten angegebenen Register speichert.

14.4 Betriebssysteme

Sie haben nun gelernt, wie ein Computer einzelne Programme in Form von Maschinencode ausführt und wie dabei über die Maschinencodebefehle sowohl die Hardware-Komponenten als auch die darunterliegenden logischen Schaltungen abstrahiert werden. Doch üblicherweise wollen Sie mehrere Programme gleichzeitig ausführen, zum Beispiel zum Abspielen von Musik und zum Bearbeiten eines Textdokuments. Dabei sollen die verschiedenen Programme sich nicht in die Quere kommen, und auch der Zugriff von Programmen auf angeschlossene Geräte (zum Beispiel Ihre Lautsprecher) soll problemlos möglich sein. Stellen Sie sich einmal vor, Sie müssten sich um all diese und noch weitere Aufgaben kümmern.

Das wäre ein enormer Aufwand! Glücklicherweise gibt es *Betriebssysteme*, die für ebendiese Aufgaben zuständig sind. Betriebssysteme stellen einheitliche Schnittstellen bereit, über die mit der Hardware kommuniziert wird. Ein Programm ruft dann diese Schnittstelle auf, und das Betriebssystem kümmert sich um den tatsächlichen Zugriff auf das Gerät. Daher muss jedes Programm nur für jedes Betriebssystem einzeln geschrieben werden, nicht mehr für jede Hardware, da diese vom Betriebssystem abstrahiert wird.

Kernfunktionen von Betriebssystemen

Ein Betriebssystem ist praktisch die Grundlage dafür, dass ein Computer so funktioniert, wie wir ihn kennen, und bietet eine Vielzahl weiterer Funktionen an.

Speicherverwaltung

Auf einem heutigen Computer läuft immer mehr als ein Programm. Auch wenn Sie vielleicht nur eines davon aktiv benutzen, so benötigt allein das Betriebssystem selbst einige Programme, um seine Funktionen bereitzustellen. Viele davon sind versteckt, und als Nutzer*in bemerkt man sie nicht unbedingt. Beispielsweise kümmert sich ein Programm darum, dass die Benutzeroberfläche korrekt angezeigt wird und verschiedene Fenster angezeigt, bewegt oder geschlossen werden können.

Eine Kernfunktion des Betriebssystems ist die Verwaltung des Speichers, der zur Verfügung steht. Diese Verwaltung erstreckt sich vor allem auf den Arbeitsspeicher, aber betrifft auch den Festplattenspeicher. Das Betriebssystem sorgt dafür, dass jedes Programm seinen eigenen Speicherbereich bekommt und nicht auf den anderer Programme zugreifen kann. Denn sollten zwei Programme denselben Speicherbereich nutzen, kann das üble Nebeneffekte haben. Im harmlosesten Fall überschreibt ein Programm ein berechnetes Ergebnis eines anderen Programms. Möglich wäre aber auch, dass ein Programm die Befehle des anderen Programms (die ja auch im Speicher liegen) verändert oder zum Beispiel dort ein eingegebenes Passwort ausliest.

Prozessorverwaltung

Wenn mehrere Programme laufen, benötigen sie auch alle Zugriff auf den Prozessor, um auf diesem Befehle auszuführen. Natürlich können nicht mehrere Programme gleichzeitig einen Prozessor benutzen, er hat immerhin nur ein Steuerwerk und ein Rechenwerk. Trotzdem ist es möglich, mehrere Programme *nebenläufig*, also scheinbar gleichzeitig, auszuführen. Dafür vergibt das Betriebssystem *Zeitslots* an jedes Programm. Bekommt ein Programm einen Zeitslot, kann es in dieser Zeit den Prozessor benutzen. Danach *friert* es ein, bis es wieder den Prozessor benutzen darf. Da die Zeitslots sehr kurz sind und die Pro-

gramme sehr schnell wechseln, bemerkt der Nutzer bzw. die Nutzerin davon nichts und hat das Gefühl, die Programme würden wirklich gleichzeitig laufen.

Jedes Programm bekommt vom Betriebssystem eine bestimmte Priorität zugewiesen. Je höher diese Priorität ist, desto häufiger bekommt ein Programm einen Zeitslot. Programme, die für die Kernfunktionen des Betriebssystems wichtig sind, haben dabei generell eine höhere Priorität als laufende Benutzeranwendungen, wie beispielsweise ein Computerspiel. Das Verteilen der Zeitslots nennt man auch *Scheduling*.

Programme werden im Computer in Form von *Prozessen* ausgeführt, die aus mehreren *Threads* bestehen können. Diese Threads enthalten den tatsächlichen Programmcode, der ausgeführt werden soll, und bekommen eigene Zeitslots zugewiesen. So wird es auch einem einzelnen Programm ermöglicht, mehrere Aktionen nebenläufig auszuführen. Häufig wird dies zum Beispiel bei Anwendungen mit grafischen Oberflächen gemacht. Diese verwalten ihre Benutzeroberfläche in einem eigenen Thread, während Berechnungen in separaten Threads arbeiten. Dadurch wird erreicht, dass die Oberfläche des Programms, während eine Berechnung ausgeführt wird, nicht *einfriert*, sondern noch auf Benutzereingaben reagiert.

Geräteverwaltung

Jeder Computer kann mit verschiedensten Geräten verbunden werden. Dazu gehören natürlich eine Maus und eine Tastatur, die für die Bedienung des Computers notwendig sind. Aber auch Monitore, Drucker, USB-Sticks und viele weitere Geräte lassen sich mit einem Computer verbinden. Das Betriebssystem ist auch dafür zuständig, die Verwendung dieser Geräte zu ermöglichen und zum Beispiel Zugriff auf die Daten eines USB-Sticks zu ermöglichen.

Zu solchen Geräten gehören auch Netzwerkanschlüsse. In der heutigen Welt hat so ziemlich jeder Computer einen Zugang zum Internet oder zu einem Firmennetzwerk. Es ist auch eine Aufgabe des Betriebssystems, Netzwerkverbindungen zu ermöglichen und darüber gesendete oder empfangene Daten zu verwalten. Mit Netzwerken werden wir uns eingehender in Kapitel 15 dieses Buches beschäftigen.

Dateiverwaltung

Die Daten eines Computers werden auf dessen *Festplatte*, dem größten Speicher des Computers, in Form von *Dateien* gespeichert. Solche Dateien werden oft durch die Nutzer*innen händisch erstellt, wie zum Beispiel Dokumente oder Fotos. Aber auch Programme und sogar das Betriebssystem selbst bestehen letztendlich aus Dateien, die den Programmcode des Programms enthalten. Deshalb existieren auf einem ganz normalen Computer Hun-

derttausende Dateien. Diese Dateien können von den Nutzer*innen oder von Programmen geöffnet und ausgelesen oder angezeigt werden. Dafür muss das Betriebssystem mit seiner *Dateiverwaltung* wissen, wo auf der Festplatte welche Datei gespeichert ist, um sie von der Festplatte laden zu können. Dateien werden zur besseren Strukturierung in Ordnern sortiert, die auch verschachtelt weitere Ordner enthalten können. So entsteht die sogenannte *Ordnerhierarchie*. Auch die Verwaltung dieser Ordnerhierarchie ist die Aufgabe der Dateiverwaltung des Betriebssystems.

Benutzer- und Rechteverwaltung

Wenn Sie Ihren Computer und damit auch Ihr Betriebssystem starten, werden Sie vermutlich mit einer Passwortabfrage begrüßt. Sie müssen sich dann vor der Benutzung des Computers *einloggen*, also das Passwort eingeben und bestätigen. Ist das Passwort falsch, haben Sie weitere Eingabeversuche, bis Sie nach Eingabe des richtigen Passworts Ihren Desktop angezeigt bekommen. Übrigens: Wenn man kein Passwort hat und der Desktop sich sofort beim Starten des Computers öffnet, hat das Betriebssystem das Benutzerkonto automatisch angemeldet.

Um diesen Vorgang kümmert sich die *Benutzerverwaltung*. Sie ermöglicht es, dass es mehrere Konten geben kann, diese alle eigene Passwörter haben und sich alle anmelden können. Damit man mit dem eigenen Benutzerkonto nur die eigenen Dateien sehen kann, gibt es außerdem die *Rechteverwaltung*. Sie verhindert den Zugriff auf Dateien, die einer anderen Person gehören. Mithilfe von Freigaben kann man davon Ausnahmen ermöglichen, indem man eine Datei oder einen Ordner explizit für eine andere Person freigibt.

Verbreitete Betriebssysteme

Es gibt sehr viele verschiedene Betriebssysteme, die meisten lernt ein normaler Computernutzer, eine normale Computernutzerin jedoch nie kennen. Die *großen klassischen* Betriebssysteme sind sicherlich *Windows* von Microsoft und *macOS* von Apple. Wenn Sie sich etwas mit der Informatik beschäftigen, taucht recht schnell der Begriff *Linux* auf. Dieses Betriebssystem ist ein Open-Source-Betriebssystem. Der Programmcode für Linux ist also frei verfügbar und kann beliebig erweitert und verbessert werden.

Linux gibt es in etlichen Varianten, sogenannten *Distributionen*. Jede dieser Distributionen ist für einen unterschiedlichen Anwendungsfall gedacht und weist daher unterschiedliche Vor- und Nachteile auf. Es gibt Distributionen, wie zum Beispiel *Ubuntu*, die für die einfache Verwendung des Computers gedacht sind und Windows und macOS recht ähnlich sind. Andere sind sehr speziell auf eine Aufgabe zugeschnitten. Das Betriebssystem *Android* etwa basiert ebenfalls auf Linux, wurde aber speziell für Smartphones und Tablets entwickelt.

Betriebssystemnahe Programmierung

Auf den beschriebenen Funktionen des Betriebssystems aufbauend laufen auf einem Computer sehr viele Programme, die in einer betriebssystemnahen Programmiersprache geschrieben sind.

Die verbreitetste betriebssystemnahe Programmiersprache ist *C*. Auch große Teile verschiedener Betriebssysteme selbst sind in C geschrieben. Mit dieser Sprache kann man die Schnittstellen eines Betriebssystems direkt ansprechen. In Listing 14.1 sehen Sie ein einfaches C-Programm, das eine Zahl einliest, speichert und wieder ausgibt. Der dafür notwendige Speicher wird in Zeile 4 reserviert und in Zeile 7 wieder freigegeben. Die Möglichkeit, seinen Programmspeicher selbst zu verwalten, ist ein typisches Merkmal von Sprachen, die sehr nah am Betriebssystem arbeiten.

```
01  #include <stdlib.h>
02  #include <stdio.h>
03  int main() {
04      int *number = malloc( sizeof(int) );
05      scanf("%d", number);
06      printf("Die Zahl ist: %d\n", *number);
07      free(number);
08  }
```

Listing 14.1 Ein kleines C-Programm, das eine Zahl einliest, speichert und wieder ausgibt

C-Programme müssen vor der Ausführung *kompiliert*, also vom Programmcode in den bereits angesprochenen Maschinencode übersetzt werden. Diese Übersetzung erfolgt nicht von Hand, sondern durch ein spezielles Programm, einen *Compiler*, der abermals eine Schicht, nämlich die des Maschinencodes, abstrahiert. Compiler übersetzen den Quellcode jedoch nicht nur, sondern sind außerdem in der Lage, ihn für den Zielprozessor der Übersetzung enorm zu optimieren, damit die Ausführung schneller wird.

C ist eine sogenannte *höhere Programmiersprache*, die ähnliche Konstrukte wie unsere Pseudocode-Notation verwendet. Ein in C geschriebenes Programm wird normalerweise als *Kompilat* an Anwender*innen ausgeliefert, also in bereits übersetzter Form. Die Anwender*innen können deshalb auch nicht in den Quelltext des Programms Einsicht nehmen, da das Kompilat das Programm bereits in Form von Maschinencode erhält.

Höhere Programmiersprachen

Höhere Programmiersprachen sind Programmiersprachen, die nicht direkt von einem Prozessor verstanden werden können. Programme, die in diesen Programmiersprachen geschrieben sind, müssen also vorher in Maschinencode übersetzt werden.

Dafür sind Compiler oder Interpreter zuständig. Assembler ist beispielsweise keine höhere Programmiersprache, da der Code direkt Maschinenbefehlen entspricht. Auf der anderen Seite sind zum Beispiel C, Python oder Java als höhere Programmiersprachen zu nennen.

14.5 Betriebssystemunabhängigkeit

Wir haben Ihnen bereits drei typische Betriebssysteme vorgestellt. Betriebssystemnahe Programme sprechen direkt die Schnittstellen des jeweiligen Betriebssystems an, auf dem sie ausgeführt werden. Auch deshalb ist es nicht möglich, Kompilate auf unterschiedlichen Computern auszuführen, weil der Maschinencode abhängig vom Betriebssystem und von der Hardware ist. Aber nicht nur die übersetzte Version des Programms, auch der in einer betriebssystemnahen Sprache verfasste Quellcode lässt sich wegen der unterschiedlichen Schnittstellen nicht ohne Weiteres übertragen.

Damit aber Programme nicht für jedes Betriebssystem neu geschrieben werden müssen, gibt es weitere Abstraktionsschichten, die Unabhängigkeit vom Betriebssystem ermöglichen. Zwei der dafür möglichen Konzepte stellen wir Ihnen im Folgenden vor.

Interpreter

Im Gegensatz zu Compilern übersetzen *Interpreter* ein Programm nicht vor der ersten Ausführung, sondern lesen die Befehle des Quelltextes und führen diese jeweils aus. Sie *simulieren* praktisch eine CPU, die diese Befehle versteht. Dafür muss nur ein Interpreter für das entsprechende Betriebssystem existieren, der jedoch von der gewählten Programmiersprache oft mitgeliefert wird. Auf diese Weise ist es möglich, ein Programm auf praktisch allen Computern unabhängig vom Betriebssystem auszuführen. Um diese *Plattformunabhängigkeit* zu erreichen, können interpretierte Programme keinerlei Betriebssystemfunktionen direkt ansprechen. Diejenigen Funktionen jedoch, die von allen unterstützten Betriebssystemen angeboten werden, können über Schnittstellen der Programmiersprache verwendet werden.

Interpretierte Programme sind etwas langsamer als kompilierte Programme, weil der Code live analysiert und ausgeführt werden muss und weniger prozessorspezifische Optimierung möglich ist. Bei modernen Interpretern merkt man diesen Unterschied jedoch kaum noch, da auch sie weitreichende Programmoptimierungen vornehmen. Unter anderem finden statt reinen Interpretern inzwischen hauptsächlich sogenannte *Just-in-Time*

Compiler (JITter) Anwendung, die wie Compiler den Code in Maschinenbefehle übersetzen, dies jedoch wie Interpreter erst zur *Laufzeit* tun, also bei der Ausführung des Programms.

Interpretierte Sprachen werden auch *Skriptsprachen* genannt. Programme dieser Sprachen liegen in der Regel als Quellcode vor, der bei den Anwender*innen von einem Interpreter ausgeführt wird. Typische Skriptsprachen sind *Python*, *PHP* und *JavaScript*. Letztere wird insbesondere für Webanwendungen verwendet, deren Quellcode man sich auch im Browser anschauen kann.

Bytecode-Sprachen

Eine zweite Möglichkeit, Betriebssystemunabhängigkeit zu erreichen, besteht darin, die Übersetzung des Quellcodes in Maschinencode aufzuteilen. Bei Programmiersprachen wie *Java* oder *C#* wird der ursprüngliche Programmtext zunächst von einem Compiler in sogenannten *Bytecode* übersetzt. Diese Zwischenrepräsentation ist bereits stark optimiert und schon relativ dicht an echtem Maschinencode, jedoch noch plattformunabhängig. Programme, die in Bytecode-Sprachen geschrieben sind, werden in dieser Form an die Nutzer*innen ausgeliefert. Um solchen Bytecode ausführen zu können, muss auf dem Zielcomputer ein Programm installiert sein, das den zweiten Teil der Übersetzung vornimmt und den plattformspezifischen Maschinencode produziert, der tatsächlich auf dem Prozessor laufen kann. Diese zweite Übersetzung wird in der Regel wieder von einem JITter vorgenommen, der bei Bytecode-Sprachen *virtuelle Maschine* genannt wird.

Diese virtuellen Maschinen abstrahieren das Betriebssystem vollständig, indem sie eine eigene *Ausführungsumgebung* schaffen. Über spezielle Schnittstellen der Programmiersprache können die Programme aber trotzdem mit dem Betriebssystem und zum Beispiel lokalen Dateien interagieren. Eine solche Umgebung hat auch den Vorteil, dass Sie sich in der Regel nicht um das Speichermanagement der Ausführungsumgebung kümmern müssen, was das Programmieren erleichtert.

Mit Bytecode-Sprachen ist es also möglich, Programme vollständig betriebssystemunabhängig zu entwickeln und einfach zu vertreiben und im selben Zug eine etwas sicherere Ausführungsumgebung zu bekommen.

14.6 Virtuelle Computer

Die virtuellen Maschinen der Programmiersprachen dürfen Sie nicht mit *virtuellen Computern* verwechseln, die oft auch »virtuelle Maschine« genannt werden: Virtuelle Maschinen der Programmiersprachen abstrahieren das Betriebssystem und die CPU nur von dem Programm, während ein virtueller Computer einen ganzen Computer simuliert. Für den von

spezieller Software bereitgestellten virtuellen Computer sieht es so aus, als habe er einen eigenen Prozessor, eigenen Speicher und eigene Geräte, die vollkommen getrennt vom eigentlichen Computer arbeiten. Dadurch kann auf diesem virtuellen Computer ein beliebiges eigenständiges Betriebssystem installiert werden, das sich oft vom Betriebssystem des eigentlichen Computers unterscheidet.

Virtuelle Computer werden oft installiert, um zwei unterschiedliche Betriebssysteme gleichzeitig verwenden zu können. Zum Beispiel ist es damit möglich, Programme auszuführen, die für das eigentliche Betriebssystem nicht erhältlich sind. Man kann auch aus Sicherheitsgründen auf virtuelle Computer zurückgreifen. Bekommt eine Hacking-Gruppe Kontrolle über den virtuellen Computer, kann sie trotzdem nicht auf die Dateien des eigentlichen Computers oder anderer virtueller Computer zugreifen. Da alle Geräte des virtuellen Computers simuliert werden müssen, ist dieser jedoch deutlich langsamer als der echte Computer. Generell können auf einem Computer beliebig viele virtuelle Computer laufen, solange die echte Hardware genug Leistung bereitstellt.

Zwischen der Ausführung auf dem lokalen Computer und der Ausführung in einem virtuellen Computer gibt es aber auch noch Zwischenschichten, die zwar schneller in der Ausführung sind, jedoch nicht alle der Vorteile eines virtuellen Computers bieten. Eine gängige Technik hierbei ist das Arbeiten mit *Containern*. Diese kapseln einen Prozess in einer isolierten Umgebung, unter anderem mit einer eigenen Dateiverwaltung. Container nutzen jedoch dieselben Betriebssystemschnittstellen und damit dasselbe Betriebssystem wie die anderen Programme auf dem Computer. Ein Container ist also nicht ganz so isoliert und damit weniger flexibel als ein vollständig virtualisierter Computer, benötigt aber auch weniger Ressourcen. Je nach verwendeter Software zur Erstellung der Container sind die Grenzen zur vollen Virtualisierung fließend.

14.7 Zusammenfassung und Einordnung

Der Computer ist das zentrale Werkzeug der Informatik. Mit ihm kann man automatisch komplexe Programme in Unternehmen und in der Wissenschaft ausführen. Aber auch für Privatpersonen bietet er mit dem Schreiben von Dokumenten, dem Spielen von Computerspielen oder dem Surfen im Internet viele Anwendungsfälle.

In diesem Kapitel haben wir die verschiedenen Schichten vorgestellt, aus denen ein Computer besteht, und uns dabei von den absoluten Grundlagen wie den logischen Schaltungen zu betriebssystemunabhängigen Programmiersprachen hochgearbeitet. Die Grenzen zwischen den Schichten sind natürlich idealisiert. Es gibt jeweils Programme, die schichtübergreifend arbeiten, um die verschiedenen Vorteile zu kombinieren. Eine Übersicht über die

vorgestellten Schichten sehen Sie in Abbildung 14.7, dort ist auch verzeichnet, wie die jeweilige Schicht programmiert werden kann.

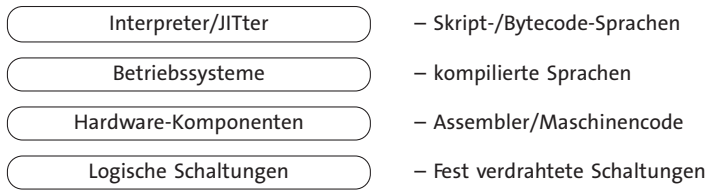


Abbildung 14.7 Die vorgestellten Schichten und ihre Programmierung

Diese Übersicht zeigt auch, dass es keine *beste* Programmiersprache geben kann, die für alle Anwendungszwecke geeignet ist, denn jede Programmiersprache lässt sich in eine oder mehrere dieser Schichten einordnen. Damit erfüllen die Programme der Sprachen unterschiedliche Anforderungen und können auf unterschiedliche Funktionen zurückgreifen. Möchten Sie beispielsweise eine Komponente des Betriebssystems schreiben, kommen Sie kaum um eine kompilierte Sprache oder sogar Assembler herum. Soll die Anwendung aber unabhängig vom Betriebssystem funktionieren, empfiehlt es sich, eine interpretierte Sprache wie Python zu verwenden, die wir in Kapitel 20, »Hands-on: Programmieren mit Python«, vorstellen werden.

Auch wenn Computer permanent weiterentwickelt werden, sind viele der Kernkonzepte klassischer Computer schon sehr alt. Parallel wird aber auch an ganz neuen Konzepten für Computer geforscht. Ein Beispiel hierfür sind sogenannte *Quantencomputer*, die keine klassischen Bits mit zwei Zuständen – 0 oder 1 – verarbeiten, sondern sogenannte *Qubits*, die während einer Berechnung einen komplexen Überlagerungszustand einnehmen können. Noch sind Quantencomputer mitten in der Entwicklung; in Zukunft können damit aber vermutlich einige Probleme effizient gelöst werden, die aktuell als noch sehr schwer berechenbar gelten.

14.8 Aufgaben

Aufgabe 1: Logische Schaltungen

In der Knobelei haben Sie bereits erfolgreich einen Halbaddierer entwickelt, der in der Lage war, zwei 1-Bit-Zahlen zu addieren und sowohl Ergebnis als auch Übertrag auszugeben. Vereinfachen Sie seine Schaltung, indem Sie ein XOR-Gatter verwenden!

Entwickeln Sie nun in zwei Schritten eine Schaltung, die zwei 2-Bit-Zahlen addieren kann. Konstruieren Sie dazu zunächst einen *Volladdierer*, der drei Eingaben verarbeiten kann: die beiden Ziffern x und y sowie den Übertrag c_{in} der vorherigen Stelle. Verwenden Sie für den Volladdierer zwei Halbaddierer als Bausteine! Kombinieren Sie nun einen Halbaddierer und einen Volladdierer, um zwei 2-Bit-Zahlen addieren zu können.

Aufgabe 2: Hardware im Computer

a) Warum ist es sinnvoll, dass das Steuerwerk und das Rechenwerk einer CPU getrennte Elemente sind?

b) Welche Gefahren entstehen dadurch, dass Programme und Daten im selben Speicher liegen?

c) Ist es möglich, die Befehlssätze aller CPUs zu vereinheitlichen?

Aufgabe 3: Betriebssysteme

a) Was muss auf der CPU passieren, wenn der Zeitslot eines Prozesses abläuft, damit direkt am selben Punkt beim nächsten Zeitslot fortgefahren werden kann?

b) Prozesse mit einer höheren Priorität bekommen häufiger Zeitslots als andere Prozesse. Alternativ dazu könnte man auch die Länge eines Zeitslots verlängern und somit wichtige Programme länger rechnen lassen. Was sind die Vor- und Nachteile dieser Strategie?

c) Welche Gefahr besteht bei betriebssystemnahen Programmen, wenn ein solches Programm immer mehr Speicher reserviert? Warum kann dies bei Bytecode-Sprachen nicht passieren?

14.9 Lösungen

Aufgabe 1: Logische Schaltungen

Durch die Verwendung eines XOR-Gatters entfällt die Verschaltung mehrerer Gatter hintereinander komplett, wie in Abbildung 14.8 gezeigt. Um zusätzlich zu den beiden ursprünglichen Eingaben ein *carry-in* verarbeiten zu können, genügt es, zwei Halbaddierer hintereinander zu schalten und ihr Ergebnis mit ODER zu verknüpfen, wie in Abbildung 14.9 abgebildet. Mit diesen beiden Bausteinen lässt sich nun der 2-Bit-Addierer aus Abbildung 14.10 konstruieren, der die zwei Zahlen x_2x_1 und y_2y_1 addiert und das Ergebnis als s_2s_1 mit Übertrag c_{out} berechnet.

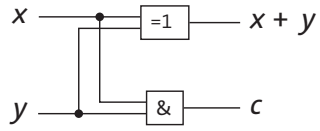


Abbildung 14.8 Ein vereinfachter Halbaddierer mit einem XOR-Gatter

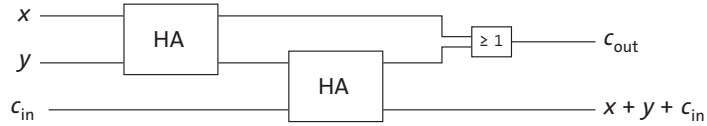


Abbildung 14.9 Ein Volladdierer aus Halbaddierern (HA) und einem OR-Gatter

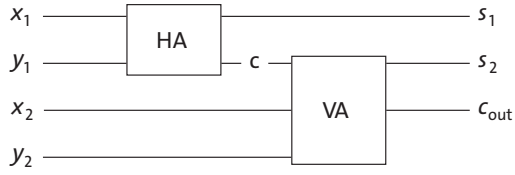


Abbildung 14.10 Ein Addierer für 2-Bit-Zahlen aus einem Halbaddierer (HA) und einem Volladdierer (VA)

Aufgabe 2: Hardware im Computer

a) Aufgrund der Trennung ist eine gewisse Parallelität möglich. Während das Rechenwerk noch eine Operation berechnet, kann parallel das Steuerwerk bereits den nächsten Befehl laden und auch die zugehörigen Daten aus dem Arbeitsspeicher holen. So kann das Rechenwerk direkt weiterrechnen, wenn es fertig ist, und muss nicht erst auf den nächsten Befehl oder die zugehörigen Daten warten.

b) Zum einen besteht dann die Gefahr, dass ein Programm den Programmcode eines anderen Programms überschreibt, wenn die Verwaltung der Speicherbereiche nicht gut funk-

tioniert. Unter anderem um das zu vermeiden, ist die Speicherverwaltung relativ aufwendig, weil für jedes Programm getrennt Speicher reserviert und zugänglich gemacht werden muss. Letztendlich werden in dem Speicher aber auch die Ausgaben der Programme gespeichert, die wiederum als Programmcode interpretierbar werden. Dadurch können sich Viren in einen Computer einnisten und selbst weiterverbreiten. Bei hochsicheren Systemen trennt man daher Programmcode und Datenspeicher voneinander.

c) Es ist leider nicht möglich, alle Befehlssätze vollständig zu vereinheitlichen. Für einen Teil der Operationen wurde das bereits versucht, jedoch unterscheiden sich die CPUs der verschiedenen Hersteller gerade im Umfang der Operationen. Der genaue Funktionsumfang ist also ein Alleinstellungsmerkmal der Hersteller, weshalb diese nicht an einer Vereinheitlichung interessiert sind. Spezialisierte Coprozessoren haben zudem auch Eigenschaften und Fähigkeiten, die für normale CPUs nicht notwendig sind.

Aufgabe 3: Betriebssysteme

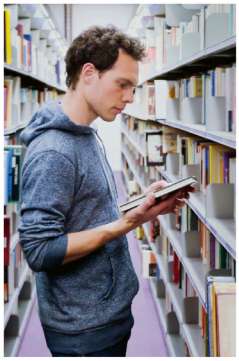
a) Gerade erst von der CPU berechnete Ergebnisse werden direkt in die Register der CPU gespeichert, damit sie schnell abrufbar sind, wenn sie das nächste Mal benötigt werden. Diese Register müssen in den Arbeitsspeicher kopiert werden, damit sie nicht verloren gehen. Außerdem muss der Programmzähler gesichert werden. Wird das Programm später fortgesetzt, müssen die Register und der Programmzähler wiederhergestellt werden. Dieses Kopieren der Werte kostet ein wenig Zeit, fällt aber nicht stark ins Gewicht.

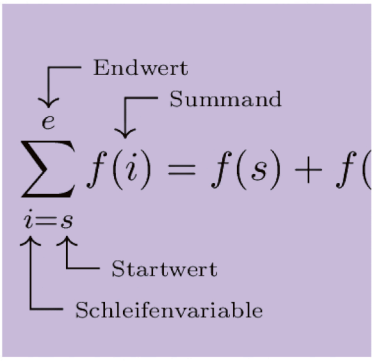
b) Die Strategie, einem Prozess mit hoher Priorität lange Zeitslots statt häufige kurze Slots zuzuteilen, hat den Vorteil, dass die CPU besser ausgelastet wird. Durch das Wechseln des Prozesses entsteht, wie in Teilaufgabe a) erwähnt, etwas Aufwand, da die Register kopiert werden. Verlängert man die Länge der Zeitslots, sind weniger Wechsel notwendig, und man spart dort etwas Zeit. Jedoch kann es dann passieren, dass einige sehr unwichtige Prozesse zu selten die CPU benutzen dürfen. Sie würden zwischendurch *einfrieren*.

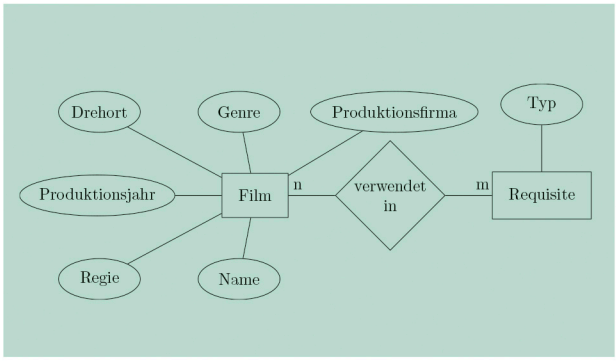
c) Reserviert ein betriebssystemnahes Programm zu viel Speicher, hat irgendwann das Betriebssystem nicht mehr genug Speicher für den eigenen Betrieb. Es käme daher entweder zu schweren Beeinträchtigungen beim Betriebssystem oder das verursachende Programm würde vom Betriebssystem beendet. Da Bytecode-Sprachen für die Ausführung in einer virtuellen Maschine laufen, bekommen sie den Speicher von dieser Maschine. Diese virtuellen Maschinen haben aber eine feste Speichergröße, die das Programm maximal bekommen kann. Benötigt es mehr, wird es mit einer Fehlermeldung, wie zum Beispiel »out of memory«, beendet, ohne dass Auswirkungen auf das Betriebssystem zu erwarten sind.

Auf einen Blick

Inhalt







Informatik – das Studium ist spannend und der Abschluss ist gefragt. Doch gerade zu Beginn warten einige Herausforderungen auf Sie. Programmieren ist dabei nicht alles. Auch mit der Theorie tut sich leichter, wer vorbereitet an den Start geht.

Ein gutes Fundament

Wissen Sie, wie viele Bits in ein Terabyte passen? Oder was es bedeutet, wenn die Laufzeit eines Algorithmus »quadratisch wächst«? Nach der Lektüre bestimmt!

Alles in Butter für den Start

Schließen Sie Wissenslücken, die Ihnen im Studium das Leben schwer machen könnten. Die Autoren kennen typische Verständnishürden und vermitteln wichtige Konzepte Schritt für Schritt.

Motivierend und anschaulich

Jedes Kapitel beginnt mit einer Knobelei, die Sie ohne Vorkenntnisse lösen können. Außerdem dabei: viele Grafiken, Beispiele und Aufgaben mit Lösungen.

Alle Codebeispiele zum Download

Gut vorbereitet ins Studium:

- Algorithmen und ihre Komplexität
- Formale Sprachen
- Datenstrukturen und Kodierung
- Rechnerarchitektur
- Betriebssysteme und Compiler
- Wichtiges aus der Mathematik
- Verschlüsselung
- Softwareentwicklung im Team
- Programmierung in Python
- Künstliche Intelligenz
- Informatik als Beruf

Arne Boockmeyer, Philipp Fischbeck und **Stefan Neubert** bringen in dieses Buch Erfahrungen aus ihrer Zeit als Studenten, Wissenschaftler und Dozenten am Hasso-Plattner-Institut in Potsdam ein. Studierende wie Lesende schätzen ihr didaktisches Geschick und ihre anschaulichen Darstellungen.

Rheinwerk Computing

Gedruckt in Deutschland
Mineralölfreie Druckfarben
Zertifiziertes Papier

€ 24,90 [D] € 25,60 [A]
Ausbildung/Studium
ISBN 978-3-367-10854-1