Data limite de entrega
12.11.07 – 11:00 H.

Ficha de Avaliação 03

Nº: Nome:

Nota: Este ficha pode contribuir (dependendo da nota da parte A do teste final) até um máximo de 1 valor para a sua nota final.

(Apresente todos os cálculos e deduções)

1. Dados os vectores $\mathbf{u} = 3\,\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$ e $\mathbf{v} = 2\,\mathbf{e}_1 - 2\,\mathbf{e}_2$, e sendo α o ângulo entre eles, calcule o vector $\mathbf{w} = \dfrac{(\mathbf{u}\cdot\mathbf{v})\,\mathbf{u} - \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|}\cos(\alpha) - \mathrm{proj}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u}$.

2. Dados os vectores $\mathbf{u} = 2\,\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$ e $\mathbf{v} = -\mathbf{e}_1 + -\mathbf{e}_2 + 2\,\mathbf{e}_3$

1. Calcule a projecção ortogonal de $\mathbf{u}$ sobre $\mathbf{v}$ e a componente de $\mathbf{u}$ ortogonal a $\mathbf{v}$
2. Calcule o produto externo entre os vectores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$, $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$.

3. Dados os vectores $\mathbf{u} = (1,-2,-3,4)$ e $\mathbf{v} = (3,2,1,1)$, e sendo α o ângulo entre eles, calcule o vector $\mathbf{w} = \dfrac{\|\mathbf{v}\|(\mathbf{u}\cdot\mathbf{v})}{\|\mathbf{u}\|\cos(\alpha)}\mathrm{proj}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u}$.

4. Verifique se os vectores $\mathbf{u}_1 = (1,1,0,0)$, $\mathbf{u}_2 = (0,2,0,1)$, $\mathbf{u}_3 = (0,0,2,3)$ e $\mathbf{u}_4 = (2,0,1,0)$ são ortogonais.

5. Mostre que o vector $\mathbf{u} = (3,3,3)$ é uma combinação linear dos vectores $\mathbf{u}_1 = (1,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (2,0,1)$ e $\mathbf{u}_3 = (0,2,2)$, e determine os coeficientes.

6. Mostre que os vectores $\mathbf{u}_1 = (1,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (2,0,1)$ e $\mathbf{u}_3 = (0,2,2)$ são linearmente independentes.

7. Determine o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado pelo conjunto de vectores $S = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$, com $\mathbf{u}_1 = (1,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (2,0,1)$, e $\mathbf{u}_3 = (2,2,0)$.

8. Determine uma base do subespaço de $\mathbb{R}^4$

$$\mathbb{W} = L(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4) = \left\{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 : (x+y=z) \wedge (x-y=w)\right\}$$

9. Sejam em $\mathbb{R}^3$ a base $\mathcal{U} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$, com $\mathbf{u}_1 = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{u}_2 = \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$ e $\mathbf{u}_3 = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3$ e a base $\mathcal{W} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3\}$, com $\mathbf{w}_1 = 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, $\mathbf{w}_2 = -\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$ e $\mathbf{w}_3 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3$. Sendo conhecida a representação de $\mathbf{v}$ na base $\mathcal{U}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{u}_1 - 4\mathbf{u}_2 + 5\mathbf{u}_3$, determine a representação de $\mathbf{v}$ na base $\mathcal{W}$.

10. Recorrendo ao MatLab, resolva os exercícios. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

(depois de resolver os exercícios reproduza o código associado)