



# Ficha de Avaliação 06

Nº:

Nome:

Nota: Este ficha pode contribuir (dependendo da nota da parte A do teste final) até um máximo de 1 valor para a sua nota final.

(Apresente todos os cálculos e deduções)

1. Dados o conjunto de vectores linearmente independentes  $\mathcal{U} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ , com,  $\mathbf{u}_1 = [-1 \ 0 \ 1 \ 1]^T$ ,  $\mathbf{u}_2 = [0 \ -2 \ 0 \ 1]^T$  e  $\mathbf{u}_3 = [1 \ 0 \ -1 \ 2]^T$  que constituem uma base de um subespaço  $W$  de  $\mathbb{R}^4$ , obtenha uma base ortonormada para esse subespaço segundo o algoritmo de Gram-Schmidt.

2. Verifique se é ortogonal a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Determine a matriz da transformação linear  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que consiste numa contracção de um factor  $k = 0.25$ , de uma rotação de  $\theta = \pi/2$  sobre o eixo dos  $\mathbf{xx}$ , de uma reflexão sobre o plano  $\mathbf{xy}$ , e de uma expansão de um factor  $k = 4$ , e verifique se é uma isometria.

4. Proceda à factorização  $\mathbf{A} = \mathbf{QR}$  da matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Dada a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Determine a matriz ortogonal que diagonaliza  $\mathbf{A}$ .

6. Determine a decomposição espectral da matriz.

7. Sendo  $\mathbf{u} = [1 \ 2 \ 3]^T$  determine a sua projecção sobre o subespaço próprio do maior valor próprio da matriz.

8. Determinar a matriz simétrica  $\mathbf{A}$  com valores próprios  $\lambda_1 = 5$  e  $\lambda_2 = 1$ , e vectores próprios  $\mathbf{v}_1 = [-2 \ 2]^T$  e  $\mathbf{v}_2 = [1 \ 1]^T$ .

9. Seja a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule iterativamente (use ao MatLab) os valores próprios da matriz recorrendo à factorização QR.

10. Recorrendo ao MatLab, resolva os exercícios. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 9.