



Ficha de Avaliação 07

Nº: _____ Nome: _____

Nota: Este ficha pode contribuir (dependendo da nota da parte A do teste final) até um máximo de 1 valor para a sua nota final.

(Apresente todos os cálculos e deduções)

1. Calcule o produto externo entre os vectores $\mathbf{u}_1 = [1 \ 1 \ 0]^T$ e $\mathbf{u}_2 = [1 \ -1 \ 0]^T$. Esboce graficamente \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 e $\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2$.

2. Verifique se os vectores $\mathbf{u}_1 = [1 \ -2 \ 1]^T$, $\mathbf{u}_2 = [0 \ 1 \ -1]^T$, e $\mathbf{u}_3 = [2 \ 1 \ 0]^T$ são linearmente independentes, e determine a dimensão do espaço por eles gerado.

3. Determine uma base ortonormada do subespaço de \mathbb{R}^3

$$\mathbb{W} = L(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = z\}$$

4. Sejam em \mathbb{R}^3 a base $\mathcal{U} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$, com $\mathbf{u}_1 = [-1 \ 1 \ 1]^T$, $\mathbf{u}_2 = [0 \ -1 \ 2]^T$ e $\mathbf{u}_3 = [-2 \ 0 \ 1]^T$ e a base $\mathcal{W} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3\}$, com $\mathbf{w}_1 = [2 \ 2 \ -1]^T$, $\mathbf{w}_2 = [0 \ -1 \ 2]^T$ e $\mathbf{w}_3 = [2 \ 0 \ 0]^T$. Represente o vector $\mathbf{v} = 2\mathbf{w}_1 - 2\mathbf{w}_2 + 2\mathbf{w}_3$ na base \mathcal{U} .

5. Sendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

a matriz da transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, verifique se o vector $\mathbf{w}_1 = [0 \ 0 \ -2]^T$ pertence à imagem de T .

6. Escreva o vector $\mathbf{u} = [6 \ 3 \ 3]^T$ como uma combinação linear dos vectores $\mathbf{u}_1 = [2 \ -2 \ 0]^T$, $\mathbf{u}_2 = [0 \ 1 \ -1]^T$, e $\mathbf{u}_3 = [-2 \ 1 \ 0]^T$.

7. Sendo \mathbb{W} o subespaço de \mathbb{R}^3 gerado pelos vectores $\mathbf{u}_1 = [1 \ 0 \ 1]^T$ e $\mathbf{u}_2 = [0 \ 1 \ -1]^T$, determine uma base ortonormada para o complemento ortogonal de \mathbb{W} .

Dada a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Determine a matriz ortogonal que diagonaliza \mathbf{A} .

9. Sendo $\mathbf{u} = [0 \ 0 \ 2]^T$ determine a sua projecção sobre o subespaço próprio do maior valor próprio da matriz \mathbf{A} .

10. Determine a matriz simétrica \mathbf{A} com valores próprios $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 1$, e $\lambda_3 = 0$, e vectores próprios $\mathbf{v}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{v}_2 = [1 \ 1 \ 0]^T$ e $\mathbf{v}_3 = [0 \ 1 \ 1]^T$.