



# Trabalho em MatLab 01

Nota: Este trabalho pode contribuir (dependendo de discussão final) até um máximo de 1,33 valores para a sua nota final.

Resolva cada uma das partes do trabalho num ficheiro diferente, de nome parte#.m.

Coloque todos os ficheiros numa pasta com o nome do seu grupo de trabalho, grupo#.

Comprima (zip) a pasta e envie-a por email para o endereço jda@isel.pt

---

## Parte A (4 valores)

---

Dadas as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Calcule  $\frac{(2\mathbf{A}^2 - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})}{\det(\mathbf{A})}$ .

Dada a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 7 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Determine a matriz escalonada reduzida equivalente.
3. Determine a característica da matriz  $\mathbf{A}$ .

Dadas as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = [j \quad 1-j \quad 2]^T$$

4. Determine  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ .

Sendo

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} j & 1-2j \\ 2-j & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}^* = [3j \quad 3],$$

5. Determine a matriz  $\mathbf{X}$  tal que  $\mathbf{A}\mathbf{X} = \overline{\mathbf{B}}$ .

6. Resolva, e classifique quanto à solução, o sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_5 + 4x_6 = 1 \\ x_4 + 2x_5 + 3x_6 = 0 \\ x_1 + 3x_4 + x_5 - 2 = 0 \\ x_1 + 2x_5 + 3x_6 + 1 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 4 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2 = 0 \end{cases}$$

7. Resolva, e classifique quanto à solução, o sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 4x_6 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 = 2 \end{cases}$$

8. Determine  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  e  $b_6$  de modo que  $X = [-15 \ 3 \ -1 \ 3 \ 4 \ 1]^T$  seja uma solução do sistema.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 4x_6 = b_1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 = b_2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 = b_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 = b_4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = b_5 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 = b_6 \end{cases}$$

Dados os vectores  $\mathbf{u} = (1, -3, 2, 0, -1, 5)$  e  $\mathbf{v} = (2, 1, 0, 4, 6, 1)$

9. Calcule o vector  $\mathbf{w} = 2 \cos(\alpha)(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) - \|\mathbf{u}\|\mathbf{v}$ , em que  $\alpha$  é o ângulo entre os vectores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ .

10. Calcule a projecção ortogonal de  $\mathbf{u}$  sobre  $\mathbf{v}$  e a componente de  $\mathbf{u}$  perpendicular a  $\mathbf{v}$

Dados os vectores  $\mathbf{u}_1 = (0, 1, 0, -2, 0, 0)$ ,  $\mathbf{u}_2 = (0, 2, 0, 1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{u}_3 = (-1, 0, 2, 0, 3, 0)$ ,  $\mathbf{u}_4 = (-2, 0, -1, 0, 0, 2)$ ,  $\mathbf{u}_5 = (1, 0, 0, 0, 1/3, 1)$  e  $\mathbf{u}_6 = (-5, 0, 38, 0, -27, 14)$

11. Verifique se os vectores são ortogonais.

12. Verifique se o vector  $\mathbf{u} = (1, 8, 3, -1, 3, -2)$  é uma combinação linear dos vectores  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5$  e  $\mathbf{u}_6$ , e em caso afirmativo calcule os coeficientes.

Dados os vectores  $\mathbf{u}_1 = (0, 1, 0, -2, 0, 0)$ ,  $\mathbf{u}_2 = (0, 2, 0, 1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{u}_3 = (-1, 0, 2, 0, 3, 0)$ ,  $\mathbf{u}_4 = (-2, 0, -1, 0, 0, 2)$ ,  $\mathbf{u}_5 = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$  e  $\mathbf{u}_6 = (1, 0, 1, 0, 1, 0)$

13. Mostre que os vectores são linearmente independentes.

14. Determinar o subespaço de  $\mathbb{R}^6$  gerado pelos vectores  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{u}_3$ ,  $\mathbf{u}_4$ ,  $\mathbf{u}_5$  e  $\mathbf{u}_6$ .

15. Sejam em  $\mathbb{R}^6$  a base  $\mathcal{U} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_6\}$ , e a base  $\mathcal{W} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4, \mathbf{w}_5, \mathbf{w}_6\}$ , com  $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0, 2, 0, 1)$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 2, 0, 1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{w}_3 = (1, 0, 2, 0, 3, 1)$ ,  $\mathbf{w}_4 = (2, 0, 1, 0, 0, 2)$ ,  $\mathbf{w}_5 = (0, 1, 0, 3, 0, 1)$  e  $\mathbf{w}_6 = (1, 1, 2, 0, 1, 1)$ , todos expressos na base canónica de  $\mathbb{R}^6$ . Sendo conhecida a representação de  $\mathbf{v}$  na base  $\mathcal{U}$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 + 2\mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_6$ , determine a representação de  $\mathbf{v}$  na base  $\mathcal{W}$ .

16. Determine a matriz da transformação linear

$$T_3(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (x_1 + 2x_3 + x_5 + x_6, x_1 - x_4 - x_5 - x_6, x_2 - x_3 + x_6, x_1 - 3x_4 + x_5, x_3 + x_5 + x_6, x_2 - x_5)$$

Considere a seguinte matriz dos vértices de um cubo em  $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

17. Determine a imagem final (os vértices) do cubo quando é sujeito à transformação linear  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , que consiste numa reflexão sobre o plano  $\mathbf{xy}$ , seguida duma rotação de  $\pi$  no sentido directo sobre o eixo dos  $\mathbf{zz}$ .

18. Sendo

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 4 & 5 & 6 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a imagem do cubo  $\mathbf{V}$  resultante da aplicação da transformação linear  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , determine a matriz da transformação.

---

**Parte B (7 valores)**

---

19. Escreva uma função em MatLab que calcule o determinante de uma matriz recorrendo à expansão em cofactores de uma das filas da matriz.

A função tem como argumento uma matriz e devolve o valor do determinante

```
function d=determinante(A)
```

---

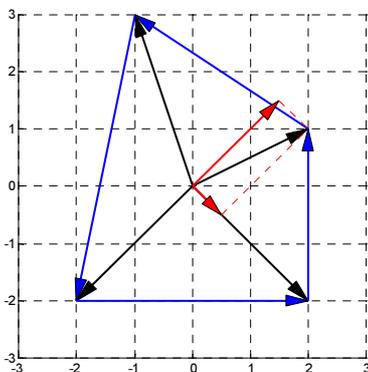
**Parte C (9 valores)**

---

20. Escreva uma função em MatLab que represente um vector em  $\mathbb{R}^2$ .

A função tem como argumentos o ponto origem e o ponto terminal do vector a representar, e ainda a cor e a grossura do traço com que se pretende representar o vector.

```
function vector2D(p1,p2,cor,gro)
```



O vector deve ser representado, por um segmento de recta entre a sua origem e o seu afixo, com um pequeno triângulo no seu ponto terminal, como se exemplifica na figura.

As dimensões do triângulo devem ser proporcionais à área do espaço gráfico de representação.

Sugestão: Considere a possibilidade de representar o triângulo com base numa transformação afim de um triângulo representado na origem do plano coordenado.