



Trabalho em MatLab 04

Nota: Este trabalho pode contribuir (dependendo de discussão final) até um máximo de 2,0 valores para a sua nota final.

Coloque todos os ficheiros numa pasta com o nome do seu grupo de trabalho, grupo#.

Comprima (zip) a pasta e envie-a por email para o endereço jda@isel.pt

1. Matriz escalonada reduzida.

Por aplicação de uma sequência de operações elementares sobre as linhas de uma matriz, é possível reduzi-la à forma de uma matriz escalonada reduzida.

A determinação da matriz escalonada reduzida é relevante explicitamente para a resolução de sistemas de equações e inversão de matrizes, e está implicitamente na base de praticamente todos os algoritmos que envolvem processamento matricial.

2. Operações elementares sobre as linhas

É uma operação elementar sobre as linhas de uma matriz cada uma das seguintes 3 operações:

L1. Troca entre si de duas linhas da matriz: $L_i \leftrightarrow L_k$

L2. Multiplicação de uma linha da matriz por um escalar não nulo: $\alpha L_i \rightarrow L_i$

L3. Substituição de uma linha pela sua soma com um múltiplo escalar de outra linha:
 $L_i + \alpha L_k \rightarrow L_i$.

3. Algoritmo de Gauss-Jordan

O algoritmo de Gauss-Jordan corresponde à sistematização da sequência de acções que permite reduzir uma matriz à forma escalonada reduzida. O algoritmo pode ter diversos níveis de sofisticação por razões que se prendem com a diminuição do impacto dos erros de representação e propagação. Apresenta-se apenas a sua forma mais elementar:

Determinar a dimensão da matriz, $m \times n$

A partir do elemento da 1ª linha, 1ª coluna, a_{11} , repetir para todas as linhas

1. Partindo de a_{ij} procurar um elemento pivot na coluna j .

1.1 Se a_{ij} não for nulo devolver a_{ij} como pivot (e a sua posição), caso contrário

1.1.1. Procurar o 1º elemento não nulo da coluna j abaixo da linha i e devolve-lo como pivot (e a sua posição).

1.1.2. Se não for encontrado nenhum elemento não nulo na coluna j , transitar, na mesma linha, para a coluna $j + 1$, e repetir 1.1.1.

2. Se a linha do pivot não corresponde à corrente linha em processamento trocar as duas linhas entre si (operação L1).

3. Se o valor do pivot é diferente de 1, multiplicar todos os elementos da linha em processamento pelo seu inverso (Operação L2).

4. Para todos os elementos, a_{kj} , não nulos, acima e abaixo do pivot, multiplicar a linha em processamento pelo simétrico dos seus valores, $-a_{kj}$, e adicioná-la à linha dos respectivos elementos, de modo a anular todos os elementos acima e abaixo do pivot (Operação L3).

Devolver a matriz escalonada reduzida

4. Exemplo: Resolução do sistema de equações:

$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 1 \\ y + z &= 0 \\ -x - y + 2z &= -1 \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

1 x L1 + L3 ==> L3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

-3 x L2 + L1 ==> L1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

-2 x L2 + L3 ==> L3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(0.5 x L3 ==> L3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1 x L3 + L1 ==> L1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

-1 x L3 + L2 ==> L2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$