

1. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Calcule:

3.0 valores a) $\mathbf{A}^2, \mathbf{A}^3$ e $\mathbf{A}^4$.

2.0 valores b) $\mathbf{A}^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$ e conclua que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{A}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Considere a resolução de um sistema de equações lineares, $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, para o qual, no final da eliminação de Gauss, obtivemos a seguinte matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a-2 & 0 & 0 & b-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c+3 & c-1 \end{array} \right]$$

, onde a, b e c são parâmetros reais.

3.0 valores a) Para que valores de a, b e c o sistema é:

- i) possível e determinado?
- ii) possível e indeterminado?
- iii) impossível?

3.0 valores b) Para $a = 2, b = 1$ e $c = -1$, resolva o sistema dado e indique uma sua solução particular bem como a solução geral do sistema homogêneo associado.

3. Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

3.0 valores a) Determine a matriz inversa de $\mathbf{A}, \mathbf{A}^{-1}$.

3.0 valores b) Seja

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcule o determinante da matriz $\mathbf{X}$ tal que

$$\mathbf{BA}^{-1}\mathbf{X} = 2\mathbf{A}^T$$

3.0 valores 4. Sejam $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ matrizes quadradas de ordem n , tais que $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são ortogonais e $\mathbf{C}$ é simétrica e invertível. Mostre que

$$2(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{C}^T)^T - \mathbf{B}(\mathbf{A}^T\mathbf{B})^T\mathbf{A}^T = \mathbf{I}_n$$