

Número ..... Nome: .....

Em  $\mathbb{R}^4$ , considere os vectores  $\mathbf{u}_1 = [1 \ -1 \ 0 \ 4]^T$ ,  $\mathbf{u}_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$  e  $\mathbf{u}_3 = [-1 \ 3 \ 0 \ -2]^T$

1. Determine uma base e a dimensão do subespaço  $\mathbb{F} = L(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$ .
2. Calcule  $\|\mathbf{u}_1\|$ ,  $\|\mathbf{u}_2\|$ ,  $\arg(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ .
3. Determine uma base ortogonal de  $\mathbb{F}$ .
4. Mostre que o subespaço  $\mathbb{G} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x - y + 4w = 0 \wedge y + w = 0\}$  é o complemento ortogonal de  $\mathbb{F}$ ,  $\mathbb{G} = \mathbb{F}^\perp$ .
5. Determine uma base e a dimensão de  $\mathbb{G}$ .
6. Caracterize os vectores de  $\mathbb{F}$  por meio de uma condição nas suas coordenadas.
7. Construa uma base ortogonal de  $\mathbb{G}$ .
8. Indique uma base não ortogonal de  $\mathbb{R}^4$  só formada por vectores de  $\mathbb{F}$  e de  $\mathbb{F}^\perp$ .
9. Indique uma base ortogonal de  $\mathbb{R}^4$ .
10. Seja  $\mathbf{A}$  uma matriz real de ordem 4 e característica 2 em que duas das suas quatro linhas correspondem aos vectores  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ . Indique, justificadamente, uma base para  $\ker(\mathbf{A})$ ,  $\dim(\text{col}(\mathbf{A}))$  e  $\dim(\ker(\mathbf{A}^T))$ .