

Número Nome:

1.

Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Prove que o polinómio característico de \mathbf{A} é $p(\lambda) = (-\lambda)(-2-\lambda)(4-\lambda)$.
- b) Exiba uma base para cada um dos subespaços próprios de \mathbf{A} .
- c) Determine uma matriz diagonal \mathbf{D} e uma matriz:
 - c.1) invertível \mathbf{P} tal que $\mathbf{A} = \mathbf{PDP}^{-1}$.
 - c.2) ortogonal \mathbf{Q} tal que $\mathbf{A} = \mathbf{QDQ}^T$.
- d) Determine a matriz de projecção no subespaço próprio associado ao valor próprio $\lambda = 4$ e use-a para calcular a projecção de $\mathbf{u} = [3 \ 2 \ 1]^T$ nesse subespaço.
- e) Faça a decomposição espectral de \mathbf{A} .

2.

Dado o vector $\mathbf{b} = [0 \ 1 \ 1]^T$ e a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine:

- a) A solução de mínimo erro quadrático do sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.
- b) O vector do espaço coluna de \mathbf{A} mais próximo de \mathbf{b} .

3.

Determine a equação da recta que melhor se adapta ao conjunto de pontos de \mathbb{R}^2 $(-1, -1)$, $(-1, 1)$ e $(1, 1)$, segundo um critério de minimização do erro quadrático cometido. Represente graficamente os pontos dados e a recta obtida.