

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC - Turma LT11D
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 4º MiniTeste ■ 2008 Junho 20, 15:30h

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.
Duração: 45 minutos

- 1 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e seja

$$W = \{(x, y, z): x + y = z\}$$

- a ■** Encontre uma base e a dimensão de W^\perp .
- b ■** Escreva o vector $\vec{v} = (1, 2, 0)$ como soma de um vector de W com um vector de W^\perp .
- c ■** Determine a distância de \vec{v} a W .

- 2 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e a base

$$u = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3) = ((1, 0, 0), (2, 4, -2), (0, -1, 1))$$

- a ■** Mostre que a base u não é ortonormada.
- b ■** Determine o ângulo entre \vec{u}_2 e \vec{u}_3 e a projecção ortogonal de \vec{u}_2 sobre \vec{u}_3 .
- c ■** Utilizando o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt, obtenha de u uma base ortonormada de \mathbb{R}^3 .

- 3 ■** Considere o intervalo $I = [0, 2\pi]$ e o espaço vectorial complexo $\mathcal{C}(I, \mathbb{C})$ das funções complexas definidas e contínuas no intervalo I , com o produto interno

$$f \cdot g = \int_0^{2\pi} f(t) \overline{g(t)} dt.$$

Mostre que a sequência de funções $w = (1, e^{it}, e^{i2t})$ é ortogonal e obtenha dela uma sequência ortonormada.

FIM

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC - Turma LT11N
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 4º MiniTeste ■ 2008 Julho 01, 18:30h

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.
Duração: 45 minutos

- 1 ■** Considere, no espaço vectorial real \mathbb{R}^2 dotado do produto interno canónico, os vectores

$$\vec{u} = (2\sqrt{3}, 1) \text{ e } \vec{v} = (-3\sqrt{3}, 5).$$

- a ■** Determine a distância e o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} .
- b ■** Determine a área do paralelogramo definido por \vec{u} e \vec{v} .

- 2 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e seja

$$W = \{(x, y, z): x = -y \wedge z = 2x\}$$

- a ■** Encontre uma base e a dimensão de W^\perp .
- b ■** Escreva o vector $\vec{v} = (3, -1, 4)$ como soma de um vector de W com um vector de W^\perp .
- c ■** Determine a distância de \vec{v} a W .

- 3 ■** Considere o intervalo $I = [-1, 1]$ e o espaço vectorial real $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ das funções reais definidas e contínuas no intervalo I , com o produto interno

$$f \cdot g = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt.$$

Neste espaço, considere as funções $u_1(t) = 1$, $u_2(t) = t$ e $u_3(t) = 1 + t$. Mostre que $u_1 \perp u_2$ e que $\text{ang}(u_2, u_3) = \pi/3$.

- 4 ■** Considere, no espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , a base

$$u = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3) = ((1, 1, 1), (2, 0, 2), (1, 1, 2))$$

- a ■** Mostre que a base u não é ortonormada.
- b ■** Determine o ângulo entre \vec{u}_2 e \vec{u}_3 e a projecção ortogonal de \vec{u}_2 sobre \vec{u}_3 .
- c ■** Utilizando o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt, obtenha de u uma base ortonormada de \mathbb{R}^3 .

FIM

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC - Turma LT12D
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 4º MiniTeste ■ 2008 Junho 27, 14:00h

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.
Duração: 45 minutos

- 1 ■** Considere, no espaço vectorial real \mathbb{R}^2 dotado do produto interno canónico, os vectores

$$\vec{u} = (1, -\sqrt{2}) \text{ e } \vec{v} = (1 + \sqrt{6}, \sqrt{3} - \sqrt{2}).$$

- a ■** Determine a distância e o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} .
- b ■** Determine a área do paralelogramo definido por \vec{u} e \vec{v} .

- 2 ■** Considere, no espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , a base

$$u = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3) = ((2, 2, 0), (-2, 0, -2), (1, 2, 1))$$

- a ■** Mostre que a base u não é ortonormada.
- b ■** Determine o ângulo entre \vec{u}_1 e \vec{u}_2 e a projecção ortogonal de \vec{u}_1 sobre \vec{u}_2 .
- c ■** Utilizando o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt, obtenha de u uma base ortonormada de \mathbb{R}^3 .

- 3 ■** Considere o intervalo $I = [-\pi, \pi]$ e o espaço vectorial real $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ das funções reais definidas e contínuas no intervalo I , com o produto interno

$$f \cdot g = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)dt$$

e ainda as funções $\sin, \cos \in \mathcal{C}(I, \mathbb{R})$. Mostre que estas funções são ortogonais e determine a distância entre elas.

- 4 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e seja

$$W = \{(x, y, z): x = y + z \wedge x = 2z\}$$

- a ■** Encontre uma base e a dimensão de W^\perp .
- b ■** Escreva o vector $\vec{v} = (-2, 1, -3)$ como soma de um vector de W com um vector de W^\perp .
- c ■** Determine a distância de \vec{v} a W .

FIM

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC - Turma LT13D
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 4º MiniTeste ■ 2008 Junho 19, 17:00h

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.
Duração: 45 minutos

- 1 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e seja

$$W = \{(x, y, z) : x = y \wedge z = -x\}$$

- a ■** Encontre uma base e a dimensão de W^\perp .
- b ■** Escreva o vector $\vec{v} = (1, 2, 0)$ como soma de um vector de W com um vector de W^\perp .
- c ■** Determine a distância de \vec{v} a W .

- 2 ■** Considere o espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , dotado do produto interno canónico e a base

$$u = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3) = ((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 2, 1))$$

- a ■** Mostre que a base u não é ortonormada.
- b ■** Determine o ângulo entre \vec{u}_2 e \vec{u}_3 e a projecção ortogonal de \vec{u}_2 sobre \vec{u}_3 .
- c ■** Utilizando o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt, obtenha de u uma base ortonormada de \mathbb{R}^3 .

- 3 ■** Considere o intervalo $I = [-1, 1]$ e o espaço vectorial real $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ das funções reais definidas e contínuas no intervalo I , com o produto interno

$$f \cdot g = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt.$$

Neste espaço, considere ainda as funções $u_1(t) = 1$, $u_2(t) = t$ e $u_3(t) = 1 + t$ e mostre que duas delas são ortogonais, outras duas fazem entre si um ângulo de $\pi/3$ e as restantes duas definem um ângulo de $\pi/6$.

FIM