

2.5 valores 1. Determine a matriz real \mathbf{X} tal que $((\mathbf{BA})^{-1} - 2\mathbf{X}^T)^T \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{I}_2$, sendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

2.5 valores 2. Supondo que \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são matrizes quadradas de ordem n invertíveis simplifique a expressão matricial

$$((\mathbf{C}^T)^{-1}(\mathbf{AC} - \mathbf{BC})^T - \mathbf{B}^T)^T - \mathbf{A}$$

2.5 valores 3. Sejam \mathbf{A} e \mathbf{B} matrizes quadradas de ordem n , com \mathbf{A} ortogonal. Mostre que

$$\mathbf{B}(\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I}_n)^T \mathbf{A}^T + \mathbf{BA}^{-1} = \mathbf{B}$$

4. Considere o seguinte sistema de equações lineares, nas incógnitas reais x , y e z , onde a e b são parâmetros reais:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ -x + 2ay + (a - 3)z = a + b \\ 2(a + 1)y - (2a + 3)z = a - 2b - 3 \end{cases}$$

2.5 valores a) Resolva o sistema para $a = b = 0$.

2.5 valores b) Sendo \mathbf{A} a matriz simples do sistema dado para $a = b = 0$, mostre que \mathbf{A} é regular e determine a inversa \mathbf{A}^{-1} .

1.5 valores c) Utilize \mathbf{A}^{-1} para confirmar o resultado obtido em a).

6 valores d) Discuta o sistema, em função dos valores dos parâmetros reais a e b .