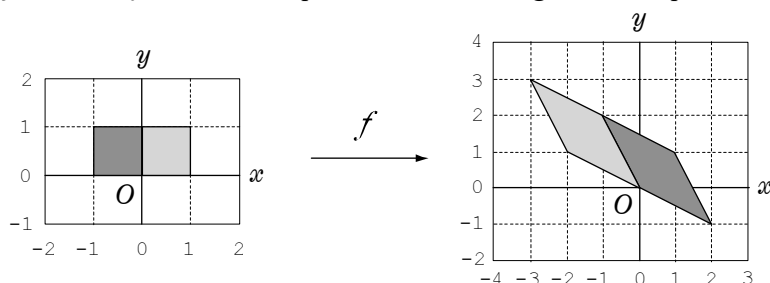


**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT11D**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 3º MiniTeste ■ 2008 Maio 27, 17:00h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 45 minutos**

- 1 ■** Considere a função linear  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que transforma a figura da esquerda na figura da direita:



- a ■** Determine a matriz de  $f$  em relação à base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .  
**b ■** Mostre que  $f$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$  e determine  $f^{-1}(x, y)$ , para qualquer  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- 2 ■** Determine a matriz da transformação linear  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que roda os vectores de  $+60^\circ$  em torno do eixo  $OY$  e, de seguida, os simetriza em relação ao plano  $OXZ$ .

- 3 ■** Considere o endomorfismo  $h$  de  $\mathbb{R}^2$  cuja matriz canónica é

$$H = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}$$

- a ■** Determine os valores e vectores próprios de  $h$ .  
**b ■** Com base na alínea anterior, diga se  $h$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $D = T^{-1}HT$ .
- 4 ■** Seja  $E$  um espaço vectorial real e  $u: E \rightarrow E$  o endomorfismo de  $E$  representado numa base  $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  de  $E$  pela matriz

$$U = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

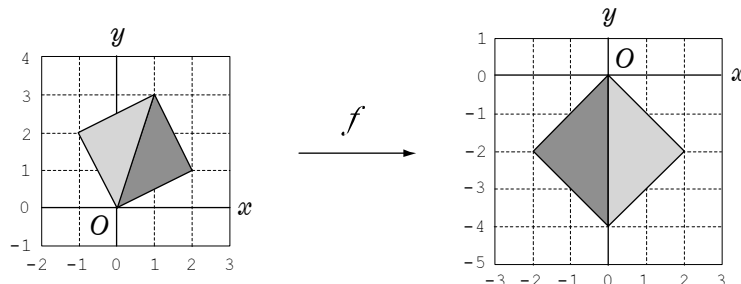
- a ■** Mostre que  $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$  e  $\vec{e}_1 - \vec{e}_2$  são vectores próprios de  $u$  e determine os respectivos valores próprios.  
**b ■** Determine  $\text{Ker}(u)$  e  $\text{Img}(u)$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $U = TDT^{-1}$ .

**FIM**

**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT11N**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 3º MiniTeste ■ 2008 Maio 29, 18:30h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 45 minutos**

- 1 ■** Considere a função linear  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que transforma a figura da esquerda na figura da direita:



- a ■** Determine a matriz de  $f$  em relação à base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .  
**b ■** Mostre que  $f$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$  e determine  $f^{-1}(x, y)$ , para qualquer  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- 2 ■** Determine a matriz da transformação linear  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que simetriza os vectores em relação ao plano  $OYZ$  e, de seguida, os projecta ortogonalmente sobre o plano  $OXY$ .
- 3 ■** Considere o endomorfismo  $h$  de  $\mathbb{R}^2$  cuja matriz canónica é
- $$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$
- a ■** Determine os valores e vectores próprios de  $h$ .  
**b ■** Com base na alínea anterior, diga se  $h$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $D = T^{-1}HT$ .
- 4 ■** Seja  $E$  um espaço vectorial real e  $u: E \rightarrow E$  o endomorfismo de  $E$  representado numa base  $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  de  $E$  pela matriz

$$U = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$$

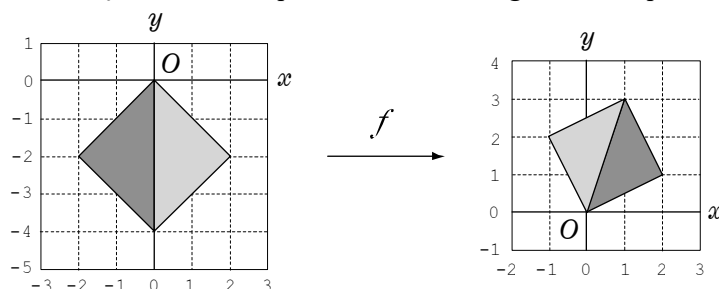
- a ■** Mostre que  $\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$  e  $\vec{e}_1 - \vec{e}_2$  são vectores próprios de  $u$  e determine os respectivos valores próprios.  
**b ■** Determine  $\text{Ker}(u)$  e  $\text{Img}(u)$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $U = TDT^{-1}$ .

**FIM**

**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT12D**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 3º MiniTeste ■ 2008 Maio 30, 14:00h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 45 minutos**

- 1 ■** Considere a função linear  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que transforma a figura da esquerda na figura da direita:



- a ■** Determine a matriz de  $f$  em relação à base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .  
**b ■** Mostre que  $f$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$  e determine  $f^{-1}(x, y)$ , para qualquer  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- 2 ■** Determine a matriz da transformação linear  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que simetriza os vectores em relação à origem e, de seguida, os simetriza em relação ao plano  $OXY$ .
- 3 ■** Considere o endomorfismo  $h$  de  $\mathbb{R}^2$  cuja matriz canónica é
- $$H = \begin{bmatrix} 14 & -6 \\ 30 & -13 \end{bmatrix}$$
- a ■** Determine os valores e vectores próprios de  $h$ .  
**b ■** Com base na alínea anterior, diga se  $h$  é um automorfismo de  $\mathbb{R}^2$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $D = T^{-1}HT$ .
- 4 ■** Seja  $E$  um espaço vectorial real e  $u: E \rightarrow E$  o endomorfismo de  $E$  representado numa base  $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  de  $E$  pela matriz

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- a ■** Mostre que  $2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$  e  $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$  são vectores próprios de  $u$  e determine os respectivos valores próprios.  
**b ■** Determine  $\text{Ker}(u)$  e  $\text{Img}(u)$ .  
**c ■** Determine uma matriz regular  $T$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que  $U = TDT^{-1}$ .

**FIM**