

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC ■ LEIC ■ LERC
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ Repetição do 2º Teste ■ 2009 Janeiro 21, 19:00h

Resolva cada um dos Problemas I, II, III e IV em folhas separadas.
Identifique cada folha com o seu **número de aluno, nome completo e turma**.
A inobservância destas normas pode conduzir ao anulamento do(s) Problema(s) não identificado(s).
Duração: 1h 30m

PROBLEMA I

Para cada um dos subconjuntos seguintes, averigue se são subespaços dos espaços vectoriais reais indicados e, em caso afirmativo, indique uma base e a dimensão desses subespaços:

- a ■** $A = \{(a, b, c, d): a = 2b + c \wedge b = c + d\} \subset \mathbb{R}^4$.
b ■ $B = \{(a_1, a_2, \dots, a_n): a_1 a_n = 0\} \subset \mathbb{R}^n; n > 1$.

PROBLEMA II

No espaço cartesiano real \mathbb{R}^5 , considere o subespaço

$$F = \{(a, b, c, d, e): b - c = 0 \wedge a = b + d\}$$

- a ■** Indique, caso exista, um vector $(a, b, c, d, e) \in \mathbb{R}^5$ que não pertença a F e tal que $b = c$.
b ■ Determine uma sequência geradora de F que não seja base de F .
c ■ Indique a dimensão de F .

PROBLEMA III

Mostre que, se $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ é uma matriz anti-simétrica de ordem ímpar, então $\det A = 0$. Aproveite este resultado para concluir que, para quaisquer constantes reais a, b e c , $x = 0$ é uma raiz do polinómio p do 3º grau em x definido por

$$p(x) = \begin{vmatrix} 0 & x - a & x - b \\ x + a & 0 & x - c \\ x + b & x + c & 0 \end{vmatrix}$$

PROBLEMA IV

Se $x, y, z \in \mathbb{R}$, mostre que

$$\begin{vmatrix} x - y - z & 2x & 2x \\ 2y & y - x - z & 2y \\ 2z & 2z & z - x - y \end{vmatrix} = (x + y + z)^3.$$

FIM

Cotações

	Problema I	Problema II	Problema III	Problema IV
a	2,5	2,0	5,0	4,0
b	2,5	2,0		
c		2,0		