

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
LEETC ■ LEIC ■ LERCM
Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ Repetição do 1º Teste ■ 2009 Janeiro 21, 19:00h

Resolva cada um dos Problemas I, II, III e IV em folhas separadas.
Identifique cada folha com o seu **número de aluno, nome completo e turma**.
A inobservância destas normas pode conduzir ao anulamento do(s) Problema(s) não identificado(s).
Duração: 1h 30m

PROBLEMA I

Considere as matrizes reais

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determine a matriz real X tal que $(BA - X^T)^T = C$.

PROBLEMA II

Sejam $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$:

- a ■** Determine a matriz X tal que $(2I_2 + 2X)^{-1} = A$.
- b ■** Determine a matriz Y tal que $(3B^{-1}Y)^{-1} = A$.

PROBLEMA III

Mostre que:

- a ■** Se $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ é simétrica, então para qualquer matriz $B \in \mathbb{R}^{m,n}$, a matriz BAB^T é simétrica.
- b ■** Se A e B são matrizes reais quadradas de ordem n anti-simétricas e permutáveis, então AB é simétrica.

PROBLEMA IV

Considere o seguinte sistema de equações lineares, nas incógnitas reais (x, y, z) , onde a e b são parâmetros reais:

$$\begin{cases} x + ay + bz = 1 \\ a(b-1)y = a \\ x + ay + z = b^2 \end{cases}$$

- a ■** Discuta o sistema, em função dos valores dos parâmetros reais a e b .
- b ■** Considere agora $a = b = 2$: neste caso, mostre que a matriz A dos coeficientes do sistema é invertível e, usando a sua inversa, determine a solução do sistema.

FIM

Cotações

	Problema I	Problema II	Problema III	Problema IV
a	3,0	3,0	2,5	3,0
b		3,0	2,5	3,0