

AULA 30

- Note bem: a leitura destes apontamentos não dispensa de modo algum a leitura atenta da bibliografia principal da cadeira
- Chama-se a atenção para a importância do trabalho pessoal a realizar pelo aluno resolvendo os problemas apresentados na bibliografia, sem consulta prévia das soluções propostas, análise comparativa entre as suas resposta e a respostas propostas, e posterior exposição junto do docente de todas as dúvidas associadas.

TÓPICOS

30. Teste parcial 04.

30.1. Uma matriz complexa quadrada de ordem n , \mathbf{A} , diz-se unitária se

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = \mathbf{I}_n.$$

Verifique se a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix}$$

é unitária.

30.2. Considere o sinais discretos

$$x_1[n] = \sum_{k=-3}^3 (3 - |n|) \delta[n - k]$$

$$x_2[n] = \sum_{k=-3}^3 n^3 \delta[n - k]$$

e o produto interno definido por $x_1 \cdot x_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n] x_2^*[n]$. Mostre que os sinais são ortogonais em l^2 .

30.3. No espaço complexo $\mathcal{C}([0, 2\pi])$ com o produto interno $f \cdot g = \int_0^{2\pi} f(t) g^*(t) dt$, considere as funções $f_1(x) = \cos(x)$, $f_2(x) = \sin(x)$, $f_3(x) = e^{jx}$ e o subespaço \mathbb{W} gerado por f_1 e f_2 , $\mathbb{W} = L(\cos(x), \sin(x))$.

- Verifique que f_1 e f_2 são ortogonais.
- Calcule a norma de f_3 .
- Calcule a projecção ortogonal de f_3 no subespaço \mathbb{W} .

30.4. Uma matriz complexa quadrada de ordem, n , \mathbf{A} , diz-se unitária se

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = \mathbf{I}_n.$$

Verifique se a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}$$

é unitária.

30.5. Considere o sinais discretos

$$x_1[n] = \sum_{k=0}^7 \sin\left(k \frac{\pi}{2}\right) \delta[n-k]$$

$$x_2[n] = \sum_{k=0}^7 \cos\left(k \frac{\pi}{2}\right) \delta[n-k]$$

e o produto interno definido por $x_1 \cdot x_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n]x_2^*[n]$. Mostre que os sinais são ortogonais em l^2 .

30.6. No espaço complexo $\mathcal{C}([0, 2\pi])$ com o produto interno $f \cdot g = \int_0^{2\pi} f(t)g^*(t)dt$, considere as funções $f_1(x) = e^{-j2x}$, $f_2(x) = e^{-jx}$, $f_3(x) = e^{jx}$,

$$f_4(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ 1 & \text{se } \pi \leq x < 2\pi \end{cases}$$

e o subespaço \mathbb{W} gerado por $\mathcal{B} = \{f_1, f_2, f_3\}$.

- Verifique que \mathcal{B} é uma base ortogonal de \mathbb{W} .
- Calcule a norma de f_4 .
- Calcule a projecção ortogonal de f_4 no subespaço \mathbb{W} .