

**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT11N**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 2º MiniTeste ■ 2008 Abril 29, 20:00h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 30 minutos**

**1 ■** Calcule o valor do seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

**2 ■** Sejam  $A$  e  $B$  matrizes complexas de 2ª ordem tais que  $\det A = \det B = 1 - i$ . Calcule

$$i^{17} \det(iA^* B^{-1})$$

**3 ■** Considere a seguinte lista de vectores de  $\mathbb{R}^4$

$$s = ((1, -2, 3, 4), (1, -1, 2, 1), (1, 0, 1, -2))$$

- a ■** Será  $s$  linearmente independente? Porquê?
- b ■** Determine uma base e a dimensão do subespaço  $F \subset \mathbb{R}^4$  gerado por  $s$ .
- c ■** Diga, justificando adequadamente, se o vector  $(-1, -1, 0, 5)$  pertence a  $F$ .
- d ■** Caracterize os vectores  $(x, y, z, w) \in F$  por meio de uma condição sobre as suas componentes.

**4 ■** Utilizando o critério do wronskiano, mostre que as funções  $(1, x, x^2, x^3)$  são linearmente independentes no espaço vectorial real  $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$  das funções reais de variável real infinitamente diferenciáveis.

**FIM**

**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT12D**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 2º MiniTeste ■ 2008 Maio 02, 14:00h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 30 minutos**

**1 ■** Calcule o valor do seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

**2 ■** Sejam  $U$  e  $V$  matrizes complexas de 3ª ordem tais que  $\det U = i$  e  $\det V = 1 + i$ . Calcule

$$(-i)^{13} \det((\det U) V^* U^{-1})$$

**3 ■** Considere a seguinte lista de vectores de  $\mathbb{R}^4$

$$v = ((2, 0, -1, 1), (3, 1, -1, 2), (-1, 1, 1, 0))$$

- a ■** Será  $v$  linearmente independente? Porquê?
- b ■** Determine uma base e a dimensão do subespaço  $V \subset \mathbb{R}^4$  gerado por  $v$ .
- c ■** Diga, justificando adequadamente, se o vector  $(2, -2, -2, 0)$  pertence a  $V$ .
- d ■** Caracterize os vectores  $(x, y, z, w) \in V$  por meio de uma condição sobre as suas componentes.

**4 ■** Utilizando o critério do wronskiano, mostre que as funções  $(e^x, e^{1+2x}, e^{1+3x})$  são linearmente independentes no espaço vectorial real  $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$  das funções reais de variável real infinitamente diferenciáveis.

**FIM**

**Instituto Superior de Engenharia de Lisboa**  
**LEETC - Turma LT11D**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica ■ 2º MiniTeste ■ 2008 Maio 06, 17:00h**

Identifique a prova com o seu *nome completo, número de aluno e turma*.  
**Duração: 30 minutos**

**1 ■** Calcule o valor do seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

**2 ■** Seja  $A$  uma matriz complexa de 3ª ordem tal que  $\det A = 1 + i$ . Calcule

$$\det\left((i^7 A^*)^{-1}\right)$$

**3 ■** Considere a seguinte lista de vectores de  $\mathbb{R}^3$

$$s = ((1, 1, 0), (1, 2, 1), (1, 0, -1))$$

- a ■** Por que razão não pode  $s$  ser uma base de  $\mathbb{R}^3$ ?
- b ■** Determine uma base e a dimensão do subespaço  $F \subset \mathbb{R}^3$  gerado por  $s$ .
- c ■** Prove que o vector  $(2, 5, 3)$  pertence a  $F$  e determine as suas coordenadas na base indicada na alínea anterior.
- d ■** Caracterize os vectores  $(x, y, z) \in F$  por meio de uma condição sobre as suas componentes.

**4 ■** Utilizando o critério do wronskiano, mostre que as funções  $(1, x, e^x)$  são linearmente independentes no espaço vectorial real  $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$  das funções reais de variável real infinitamente diferenciáveis.

**FIM**