

AULA 10

- Note bem: a leitura destes apontamentos não dispensa de modo algum a leitura atenta da bibliografia principal da cadeira
- Chama-se a atenção para a importância do trabalho pessoal a realizar pelo aluno resolvendo os problemas apresentados na bibliografia, sem consulta prévia das soluções propostas, análise comparativa entre as suas resposta e a respostas propostas, e posterior exposição junto do docente de todas as dúvidas associadas.

TÓPICOS

10. Teste parcial 1.

10.1. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 1 + 2x_2 \\ x_2 = 2 + x_3 \\ x_1 = 3 + x_2 \end{cases}$$

- Escreva-o na forma matricial.
- Classifique-o quanto à solução.
- Resolva-o caso seja possível.

10.2. Determine a matriz \mathbf{A} tal que

$$(1/4 \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

10.3. Sendo \mathbf{A} , \mathbf{B} e $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ matrizes regulares, mostre que

$$\mathbf{A}(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})^{-1}$$

10.4. Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcule \mathbf{A}^2 .
- Obtenha uma expressão para \mathbf{A}^n , $\forall n \in \mathbb{N}$.

10.5. Dada a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

justifique que:

a) \mathbf{A} é invertível e calcule \mathbf{A}^{-1} .

b) O sistema de equações lineares $\mathbf{Ax} = [1 \ 2 \ 3]^T$ é possível e determinado e calcule a sua solução.

10.6. Considere a matriz $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, quadrada de ordem 4, tal que $a_{ij} = i - j$. Prove que $\mathbf{A} + \mathbf{A}^T = \mathbf{0}$.

10.7. Sejam \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} matrizes quadradas de ordem n invertíveis. Mostre que

$$(\mathbf{AB})^{-1}(\mathbf{AC}^{-1})(\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}^{-1})^{-1}\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{B}^{-1}$$

10.8. Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ \text{sen}(\alpha) & -\cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

a) Calcule \mathbf{A}^2 .

b) Obtenha uma expressão para \mathbf{A}^n , $\forall n \in \mathbb{N}$.