

# AULA 30

- Note bem: a leitura destes apontamentos não dispensa de modo algum a leitura atenta da bibliografia principal da cadeira
- Chama-se a atenção para a importância do trabalho pessoal a realizar pelo aluno resolvendo os problemas apresentados na bibliografia, sem consulta prévia das soluções propostas, análise comparativa entre as suas resposta e a respostas propostas, e posterior exposição junto do docente de todas as dúvidas associadas.

## TÓPICOS

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 30. Teste parcial 04.

**30.1.** Uma matriz complexa quadrada de ordem  $n$ ,  $\mathbf{A}$ , diz-se unitária se

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = \mathbf{I}_n.$$

Verifique se a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix}$$

é unitária.

**30.2.** Considere os sinais discretos

$$x_1[n] = \sum_{k=-3}^3 (3 - |n|) \delta[n - k]$$

$$x_2[n] = \sum_{k=-3}^3 n^3 \delta[n - k]$$

e o produto interno definido por  $x_1 \cdot x_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n]x_2^*[n]$ . Mostre que os sinais são ortogonais em  $l^2$ .

**30.3.** No espaço complexo  $\mathcal{C}([0, 2\pi])$  com o produto interno  $f \cdot g = \int_0^{2\pi} f(t)g^*(t) dt$ , considere as funções  $f_1(x) = \cos(x)$ ,  $f_2(x) = \sin(x)$ ,  $f_3(x) = e^{jx}$  e o subespaço  $\mathbb{W}$  gerado por  $f_1$  e  $f_2$ ,  $\mathbb{W} = L(\cos(x), \sin(x))$ .

- Verifique que  $f_1$  e  $f_2$  são ortogonais.
- Calcule a norma de  $f_3$ .
- Calcule a projecção ortogonal de  $f_3$  no subespaço  $\mathbb{W}$ .

**30.4.** Uma matriz complexa quadrada de ordem,  $n$ ,  $\mathbf{A}$ , diz-se unitária se

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = \mathbf{I}_n.$$

Verifique se a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}$$

é unitária.

**30.5.** Considere os sinais discretos

$$x_1[n] = \sum_{k=0}^7 \operatorname{sen}\left(k \frac{\pi}{2}\right) \delta[n-k]$$

$$x_2[n] = \sum_{k=0}^7 \operatorname{cos}\left(k \frac{\pi}{2}\right) \delta[n-k]$$

e o produto interno definido por  $x_1 \cdot x_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n]x_2^*[n]$ . Mostre que os sinais são ortogonais em  $l^2$ .

**30.6.** No espaço complexo  $\mathcal{C}([0, 2\pi])$  com o produto interno  $f \cdot g = \int_0^{2\pi} f(t)g^*(t) dt$ , considere as funções  $f_1(x) = e^{-j2x}$ ,  $f_2(x) = e^{-jx}$ ,  $f_3(x) = e^{jx}$ ,

$$f_4(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ 1 & \text{se } \pi \leq x < 2\pi \end{cases}$$

e o subespaço  $\mathbb{W}$  gerado por  $\mathcal{B} = \{f_1, f_2, f_3\}$ .

- Verifique que  $\mathcal{B}$  é uma base ortogonal de  $\mathbb{W}$ .
- Calcule a norma de  $f_4$ .
- Calcule a projecção ortogonal de  $f_4$  no subespaço  $\mathbb{W}$ .