

FICHA DE TRABALHO 08

1. Dado o vector $\mathbf{b} = [0 \ 2 \ 2]^T$ e a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Determine:

- A solução de mínimo erro quadrático do sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.
- A matriz pseudo-inversa da matriz \mathbf{A} .
- A matriz de projecção ortogonal no espaço coluna de \mathbf{A} .

2. Dado o vector $\mathbf{v} = [2 \ 8 \ -2]^T$ e a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

, determine a matriz pseudo-inversa da matriz \mathbf{A} e determine a solução de mínimo erro quadrático do sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{v}$ a partir do conhecimento da pseudo-inversa.

3. Determine a matriz de projecção ortogonal no espaço coluna da matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Em \mathbb{R}^3 considere o subespaço $\mathbb{F} = L((1, 2, -1), (0, 1, 3))$. Determine o vector de \mathbb{F} mais próximo de $\mathbf{u} = (5, -2, 1)$

5. Determine a solução de mínimo erro quadrático do sistema

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ 2y - 2 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = -1 \\ x + 5y = -4 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \\ -x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

6. Encontre o ajuste linear de mínimos quadrados aos pontos $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$ e $(3, 4)$.

7. Dados os pontos de \mathbb{R}^2 $(-2, -2)$, $(0, 1)$ e $(2, 2)$, determine os parâmetros a_0 , a_1 , a_2 e a_3 , do polinómio $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ que melhor se adapta ao conjunto dos pontos, segundo um critério de minimização do erro quadrático cometido.

8. Dados os pontos de \mathbb{R}^2 $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(2, 3)$ e $(3, 4)$, determine os parâmetros a_0 , a_1 , a_2 e a_3 , do polinómio $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ que melhor se adapta ao conjunto dos pontos, segundo um critério de minimização do erro quadrático cometido.

9. As leis de movimento de Newton implicam que um objecto arremessado verticalmente a uma velocidade de v metros por segundo atingirá uma altura

$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2$$

metros após t segundos, onde g é a constante de aceleração gravitacional. Os valores da tabela

t	0.5	1.0	1.5	2.0
h	23.7	45.1	64.0	80.4

resultaram de observações. Ajuste uma equação quadrática, $h = a_0 + a_1t + a_2t^2$, a esses dados para estimar os valores de v e de g .